Université de Montréal

Étude exploratoire de la description et de la reproduction de figures géométriques chez des élèves du 2^{e} cycle du primaire

par Sandrine Michot

Département de didactique
Faculté des sciences de l'éducation

Mémoire présenté
en vue de l'obtention du grade de M.A.
Maîtrise ès arts, option didactique

Avril, 2018

RÉSUMÉ

Cette recherche exploratoire s'intéresse au rôle que peut jouer la description de figures dans la réussite des tâches de reproduction (Pierrard, 2001). De fait, pour mieux analyser les figures et en percevoir leurs propriétés, les élèves doivent approfondir leurs connaissances sur l'usage des instruments de géométrie (Offre, 2006) et changer le regard qu'ils portent sur les figures (Duval, 2005). Pour mieux comprendre comment s'articulent les différents éléments de la compréhension de la figure, nous nous référons au plan sémiotique-instrumental [SEM-INS] des espaces de travail mathématique (ETM) liant l'objet géométrique (*representamen*), les instruments (*artefact*), la visualisation que l'élève a de cet objet géométrique et la construction qu'il fait (Kuzniak, 2014). À cet effet, des élèves d'une classe de 4^{e} année ont eu à reproduire six figures complexes (composées de deux figures élémentaires) selon trois « scénarios » dans lesquels la description de la figure a été demandée avant ou après sa reproduction : 1) Figure, reproduction, description, 2) Figure, description, reproduction, 3) Description proposée, construction. Les résultats montrent que le scénario 2 a amené les élèves à décrire plus précisément la figure modèle et leur a permis de mieux la reproduire. Dans le scénario 3, où les élèves avaient seulement un programme de construction, les difficultés ont été plus nombreuses. De plus, le cadre des ETM_G, et en particulier le plan [SEM-INS] et ses genèses, a permis de mettre en évidence différents profils d'élèves lors de la réalisation de la tâche de description et de reproduction de figure.

Mots-Clés:
Géométrie plane, école primaire, 2^{e} cycle, reproduction de figures, description de figures, programme de construction, déconstruction dimensionnelle, changement de regard, ETM, instruments de géométrie

ABSTRACT

This exploratory research focuses on how description of geometrics figures is involved in the success of reproduction tasks (Pierrard, 2001). In fact, to analyze figures properly and to perceive their properties, pupils must deepen their knowledge of the use of geometric instruments (Offre, 2006) and change the way they look at figures (Duval, 2005). To understand how the elements of the geometric figure are articulated, we refer to the semiotic-instrumental [SEM-INS] plane of mathematical work spaces (ETM) linking the geometric object (*representamen*), the instruments (*artefact*), the pupil's visualization of this geometric object and the construction it makes (Kuzniak, 2014). For this purpose, pupils in 4th grade had to reproduce six complex figures (composed of two basics figures) according to three "scenarios" in which the description of the figure was requested before or after its reproduction: 1) Figure, reproduction, description, 2) Figure, description, reproduction, 3) construction program, construction. The results indicate that scenario 2 led pupils to describe the figure more accurately and allowed them to better reproduce it. In scenario 3, where pupils had only a construction program, the difficulties were more numerous. In addition, the framework of the ETMGs, and in particular the [SEM-INS] plane and its genesis, made it possible to highlight different profiles of pupils when executing the task of description and reproduction of geometric figure.

Keywords:
Geometry, elementary school, Grade 4, reproduction of figures, description of figures, construction program, dimensional deconstruction, change of view, ETM, geometry instruments

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

LISTE DES SIGLES

1D : une dimension

2D : deux dimensions

CSDM : Commission scolaire de Montréal

ETG : Espace de Travail Géométrique

ETM : Espace de Travail Mathématique

G0 : Géométrie 0

GI : Géométrie I

GII : Géométrie II

GIII : Géométrie III

INS-DIS : plan instrumental-discursif

M.A. : Maîtrise ès arts

MELS : Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport

PDA : Progression des apprentissages au primaire

PFÉQ : Programme de formation à l'école québécoise

SEM-DIS : plan sémiotique-discursif

SEM-INS : plan sémiotique-instrumental

LISTE DES ABRÉVIATIONS

cf. : confer

Etc. : Et cætera

Fig. : figure

ibid. : ibidem

DÉDICACE

À ma chère maman,

celle qui m'inspire à mener des projets personnels,

à faire preuve d'audace

et à embrasser la vie avec confiance,

je te dédie ce mémoire.

REMERCIEMENTS

L’essence de ce mémoire n’aurait certainement pas été la même sans le soutien de personnes qui me sont chères.

Je tiens à remercier sincèrement ma directrice de recherche, Annette Braconne-Michoux, qui, dès notre première rencontre, m’a prise sous son aile et a accueilli mon projet de recherche avec enthousiasme. Sans elle, je n’aurais peut-être pas eu l’audace d’entreprendre une maîtrise recherche. Annette a toujours su trouver les mots justes pour m’encourager et me guider dans toutes les étapes de ce projet. Je lui suis particulièrement reconnaissante pour sa grande disponibilité, son écoute et sa rigueur : les nombreuses rencontres et discussions animées dans son bureau en témoignent. J’espère de tout cœur que nous aurons l’occasion de collaborer et d’échanger encore pendant plusieurs années.

Je suis également reconnaissante envers ma famille et mes amis pour leur soutien et leur compréhension; concilier études et vie sociale est tout un défi et ils m’ont aidée à le relever. Je tiens à remercier spécialement mon amie, Isabelle Reid, qui a accepté de relire avec ardeur mon mémoire et de m’en donner des commentaires constructifs et mon conjoint, Alexandre Blais, qui m’a appuyée et encouragée pendant mes longues fins de semaine de rédaction.

Ce projet n’aurait sûrement pas vu le jour sans l’entière confiance accordée par ma direction d’école et par les parents de mes élèves : je les remercie chaleureusement.

Enfin, je désire exprimer ma gratitude envers mes chers élèves, qui se sont prêtés au jeu avec ferveur et motivation pendant l’expérimentation. Je suis fière de leurs réussites et de tout ce qu’ils ont accompli.

Merci à tous.

INTRODUCTION

La prémisse de ce mémoire de maîtrise réside dans notre pratique de l'enseignement de la géométrie plane chez des élèves du primaire de l'école québécoise. Nous avons observé que ces derniers rencontraient parfois à des difficultés au cours de la résolution de problèmes géométriques. Des tâches a priori simples telles que reconnaitre des figures en position non prototypique, les décrire en utilisant du vocabulaire géométrique adéquat et utiliser des instruments de géométrie pour les construire ou les reproduire pouvaient être l'objet d'erreurs. Ces constats nous ont amenée à nous questionner sur notre pratique enseignante : comment accompagner les élèves afin qu'ils maitrisent davantage les concepts géométriques et fassent un usage plus approprié des instruments de géométrie ?

À la suite de nos recherches, nous avons constaté que les programmes d'études du primaire, les exercices proposés dans les manuels scolaires et quelques ouvrages didactiques répondaient partiellement à nos interrogations. Il nous est apparu nécessaire de réaliser une recension de la littérature scientifique, afin de trouver des pistes de solution qui nous amèneraient à mieux organiser notre enseignement et ainsi faire progresser nos élèves en géométrie plane. C'est donc par le biais de ce mémoire que nous tentons de mieux situer les apprentissages en géométrie plane des élèves du 2^e^ cycle du primaire.

Au chapitre I, nous présentons et détaillons notre problématique en nous intéressant plus particulièrement aux trois types d'activités proposés aux élèves en géométrie plane : la reconnaissance, la description et la reproduction de figures géométriques. Nous exposons les difficultés rencontrées par les élèves du primaire lors de la réalisation de ces activités, ainsi que les points de vue de différents auteurs sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie. Pour brosser un tableau des exigences québécoises en matière de géométrie plane, nous présentons brièvement les programmes d'études actuels du primaire. Finalement, nous analysons quatre manuels du 2^e^ cycle du primaire, afin de voir quelle place est attribuée à l'usage des instruments de géométrie et de donner un aperçu des tâches proposées aux élèves du primaire québécois. Nous concluons avec une synthèse de la problématique et formulons des questions générales de recherche.

Au chapitre II, nous détaillons notre cadre théorique. Nous y présentons des repères théoriques permettant, d'une part, de dresser un portrait du développement de la pensée géométrique des élèves, afin de comprendre comment ceux du 2e cycle du primaire effectuent une tâche en géométrie. D'autre part, nous présentons les Espaces de Travail Mathématique, dans l'optique d'établir les articulations qui existent entre les différentes composantes du modèle lorsqu'un élève résout un problème géométrique. En dernier lieu, nous nous intéressons à la déconstruction dimensionnelle et au changement de regard des figures, dans le but de mieux décrire les rôles de la perception, de la connaissance de propriétés géométriques et de l'utilisation des instruments de géométrie dans l'analyse d'une figure. Nous concluons ce chapitre avec une brève synthèse et nous énonçons des questions spécifiques de recherche.

Au chapitre III, nous décrivons la méthodologie retenue pour répondre à nos questions de recherche. Nous justifions les choix des figures géométriques et du niveau scolaire. Nous détaillons l'outil conçu pour notre expérimentation : nous expliquons les trois scénarios et présentons la sélection des figures complexes. Nous réalisons une analyse a priori de cet outil, dans le but d'anticiper les processus et les erreurs potentielles des élèves. Nous détaillons les étapes du déroulement de la recherche. Nous terminons ce chapitre en balisant notre expérimentation de précautions d'ordres éthique et méthodologique.

Au chapitre IV, nous décrivons le déroulement de l'expérimentation. Nous présentons les résultats en analysant les productions des élèves. Nous voulons déterminer si une organisation de la tâche est plus favorable qu'une autre pour l'apprentissage de la géométrie. Nous analysons les descriptions individuelles et collectives et les reproductions des élèves dans le but de comprendre leurs difficultés. Nous présentons également quelques cas emblématiques des ETM.

Au chapitre V, nous interprétons les résultats présentés précédemment et en discutons. Nous soulevons des hypothèses pour expliquer les causes de ces résultats. Nous terminons ce chapitre en mettant en évidence les retombées et les limites de notre recherche.

CHAPITRE I : PROBLÉMATIQUE

1. Un constat

1.1. Pourquoi s'intéresser à la géométrie au primaire?

La géométrie, domaine mathématique dont les traces écrites parmi les plus anciennes remontent à l'Égypte antique, est considérée habituellement comme essentielle à la formation du citoyen et à celle du scientifique : elle permet notamment de développer un grand nombre de compétences indispensables au fonctionnement du citoyen dans notre société (Perrin, 2012; Kahane, 2002; Audibert, 1992). Mais pourquoi faut-il, encore de nos jours, enseigner la géométrie à l'école ? Kahane, dans le rapport de la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques en 2002, répond en faveur de l'enseignement de la géométrie en soulevant de nombreux arguments.

La géométrie aide notamment à développer une vision dans l'espace qui est essentielle à la vie courante où l'image et le visuel sont omniprésents : lire des cartes et des plans, s'orienter dans une ville, se déplacer, prévoir un trajet, décrire des mouvements, etc. En d'autres termes, elle permet à tout individu de structurer l'espace. Elle permet aussi de développer le raisonnement déductif qui est une compétence importante chez le citoyen. La géométrie a également des fonctions fondamentales dans les domaines culturel et esthétique. Elle est essentielle dans les arts visuels, l'architecture, l'urbanisme, l'infographie, etc. Nous n'avons qu'à penser à toutes les merveilles architecturales et les œuvres de notre civilisation. Enfin, la géométrie est très importante dans le développement des sciences et des techniques : l'ingénierie, les techniques du bâtiment ou de la mécanique, les domaines de l'imagerie, l'industrie automobile et aéronautique, les sciences physiques, l'astronomie, etc.

La géométrie est sans aucun doute nécessaire dans notre société : il est donc important qu'elle soit étudiée et que tout individu développe adéquatement les concepts géométriques requis tout au long de sa scolarité. Or, l'apprentissage des concepts géométriques peut être une source de défis pour certains élèves.

De fait, de nombreux chercheurs se sont intéressés à l'articulation de la géométrie du primaire à la géométrie du secondaire. Il apparaît qu'entre la 6e année et le début du secondaire, le passage d'une géométrie de l'observation à une géométrie de la déduction est difficile pour les élèves (Gauthier, 2015 ; Perrin-Glorian, Mathé, Leclercq, 2013 ; Braconne-Michoux, 2008 ; Berthelot et Salin, 2000-2001; Salin 2006).

Pour aider les élèves à passer d'une géométrie de l'observation à une géométrie plus déductive, plusieurs auteurs s'entendent sur le fait que les élèves devraient avoir de meilleures connaissances spatiales (Braconne-Michoux, 2008 ; Berthelot et Salin, 2000-2001; Kahane, 2000). Pour ce faire, Perrin-Glorian (2004) suggère que les élèves passent d'une « géométrie perceptive » à une « géométrie instrumentée » : ils ne devraient plus seulement se fier à leur intuition et à leur perception pour résoudre des problèmes géométriques. Pour ce faire, ils pourraient valider ou vérifier leurs hypothèses avec des instruments. Dans un même ordre d'idées, les activités de reproduction de figures à l'école primaire ou toute activité où les élèves ont à travailler sur les figures pour les analyser, les déformer, etc. permettraient d'améliorer les apprentissages des élèves en géométrie au collège[1] (Keskessa, Perrin-Glorian, Deplace, 2007, Kahane, 2000). Braconne-Michoux met également en lumière plusieurs activités qui permettraient aux élèves de passer à une géométrie de la déduction :
« - décoder un schéma,
- respecter simultanément plusieurs contraintes de construction dans la construction d'une figure ou dans l'identification d'une figure particulière,
- considérer l'inclusion des figures particulières dans les figures générales,
- organiser localement un raisonnement et apporter, en les justifiant, des informations nouvelles » (Braconne-Michoux, 2008, p. 521).

Il semblerait qu'à l'école primaire, il faudrait au préalable mettre l'accent sur les activités de découvertes des propriétés géométriques par l'observation, la description, l'utilisation des instruments avant de pouvoir travailler dans une géométrie déductive. L'idée est que si les élèves

[1] Les élèves qui sont au collège en France ont entre 11 et 14 ans. Le collège équivaut à la 6e année du primaire et aux trois premières années du secondaire au Québec.

approfondissaient leurs connaissances générales sur les figures à partir de leurs observations, ils pourraient plus facilement en hiérarchiser les propriétés géométriques et les utiliser à des fins de démonstration. Pour ce faire, la production et la reproduction de figures géométriques sembleraient être des activités qui permettent aux élèves de s'approprier les connaissances géométriques (Kahane, 2000).

Notre expérience en tant qu'enseignante à l'école primaire nous a permis de constater que les élèves du 2e cycle du primaire maitrisent un certain nombre de connaissances géométriques et ont un bon nombre de compétences spatiales. Malgré ce bagage, certaines difficultés dans les apprentissages des élèves en géométrie persistent. De fait, les erreurs chez des élèves de 1re, de 2e et de 3e année, lors de l'exécution de tâches en géométrie plane, notamment pour reconnaître des figures, les décrire et en produire, nous ont fait prendre conscience qu'acquérir des connaissances géométriques peut être un défi à relever. Comment amener ces élèves à mieux fonctionner dans une géométrie instrumentée pour éventuellement passer à une géométrie déductive ?

1.2. Des observations au sein d'une classe de 3e année du primaire

Lors de nos trois premières années d'enseignement de la géométrie, nous avons constaté que les élèves du 1er et du 2e cycle possèdent de nombreuses connaissances et de compétences spatiales et géométriques. Afin de préciser ces dernières, nous avons proposé à des élèves d'une classe de 3e année, des activités de reconnaissance, de description et de construction de figures.

De fait, dans le du méso espace, soit par exemple l'espace de la classe, nous avons constaté que les élèves de 3e année étaient capables de bien reconnaître les figures géométriques usuelles dans la classe. Par exemple, lorsque nous leur demandions d'associer le nom d'une figure à des objets de la vie courante, ils étaient en mesure de repérer ces figures dans la classe. À titre d'exemple, le carré pouvait être associé à une dalle de plancher, le rectangle à des affiches, etc. Dans un même ordre d'idées, les élèves étaient en mesure de repérer des droites parallèles, des droites perpendiculaires et des angles droits dans la classe. Les élèves avaient également de bonnes connaissances spatiales. Ils étaient capables de situer un objet par rapport à un autre en utilisant les termes suivants : « en haut, en bas, au-dessus, en-dessous, à gauche, à droite » ou des équivalents.

Dans le micro espace, comme l'espace d'une feuille de papier 8 ½ × 11, les élèves reconnaissaient bien les figures usuelles : triangle, carré, rectangle, losange, cercle, surtout lorsqu'elles étaient disposées en position prototypique[2]. Cependant, nous avons eu l'occasion d'observer que certains élèves avaient plus de difficultés à les reconnaître lorsqu'elles étaient disposées autrement dans la page, c'est-à-dire en position non-prototypique.

Nous pouvons nous demander si les élèves seraient capables de décrire d'autres configurations où seraient présentes deux figures liées l'une à l'autre comme dans l'exemple ci-dessous (Figure 1) où l'on peut voir, entre autres, le triangle isocèle à l'intérieur du carré et le sommet principal du triangle isocèle au milieu d'un côté du carré.

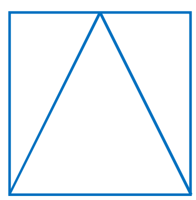


Figure 1: Exemple de figure complexe

Nous avons également constaté que les élèves connaissaient une grande variété de termes géométriques : lignes, côtés, angles, angle droit, figure, droites, parallèle, perpendiculaire, sommet. Ils étaient en mesure d'expliquer dans leurs mots chacun de ces termes et d'en donner des exemples. Cependant, quand nous avons demandé à des élèves d'une classe de 3e année de décrire des figures complexes, qui sont des assemblages de figures simples par juxtaposition ou par superposition, la grande majorité d'entre eux ont utilisé un vocabulaire approximatif ou un vocabulaire géométrique inapproprié. À titre d'exemple, des expressions comme « coins pointus », « lignes penchées » étaient utilisées pour décrire des angles ou une paire de droites

[2] Une figure est dite « en position prototypique » quand elle est se présente selon les canons habituels : côtés (ou diagonales) parallèles aux bords de la feuille rectangulaire.

parallèles; le mot « face » était utilisé dans le sens de « côté », « sommets de même longueur » pour « côtés de même longueur ». Il semblait donc difficile pour certains élèves d'envisager de réinvestir le vocabulaire géométrique connu, dans des descriptions de figures complexes : ceci peut être interprété comme le témoignage d'une atténuation des connaissances ou d'une difficulté à entrer dans la tâche. Malgré une utilisation maladroite du vocabulaire, nous avions l'impression que les élèves avaient tout de même remarqué certaines propriétés des figures. Ils avaient simplement de la difficulté à bien les verbaliser (Gauthier, 2015).

Afin de vérifier si ces élèves de 3^e année étaient habiles pour construire des figures, nous leur avons demandé de construire un rectangle de 6 cm par 10 cm et un carré de 8 cm de côté sur du papier blanc. À propos de l'usage de la règle, nous avons pu constater que la plupart de ces élèves de 3^e année étaient capables de tenir leur règle correctement pour faire un tracé, même si certains n'étaient pas encore précis dans leurs gestes : ils traçaient rapidement et leurs tracés n'étaient pas toujours rectilignes. De même, ils étaient capables de tracer des segments d'une longueur donnée. En particulier, il est intéressant de constater que, pour eux, la règle ne sert pas à vérifier l'alignement ou à relier des points. La règle ne semblait pas posséder ces deux propriétés pour les élèves. Comme la majorité de ces mêmes élèves ne connaissaient pas les usages de l'équerre, ils se sont surtout fiés à leur perception pour la construction d'angles droits et la majorité d'entre eux ont utilisé le coin de leur règle pour construire ces angles. De sorte que nous avons proposé aux élèves de construire des angles droits à l'aide d'une équerre en papier construite par pliages. Avec eux, nous avons pu constater que l'usage de l'équerre est une tâche complexe : il faut suivre les deux bords de l'équerre sans que celle-ci ne bouge.

En résumé nous pouvons dire que certains élèves de 3^e année ont des connaissances sur les figures usuelles à l'étude : ils sont capables de les reconnaître facilement quand elles sont disposées de façon prototypique. Ils ont une connaissance du vocabulaire spatial et géométrique qui leur permet de décrire des figures simples. Finalement, ils ont des compétences sur le maniement de la règle graduée pour le report de longueurs. Cependant, en vue des apprentissages à mettre en place aux termes des 2^e et au 3^e cycle, certaines compétences pourraient être davantage développées dès la 3^e année. En effet, certains élèves ont eu du mal à sortir des positions prototypiques, et ils ont eu plus de difficultés à reconnaître les figures usuelles dans des configurations complexes. Même si les élèves ont bien maitrisé le vocabulaire géométrique, il a semblé être difficile de le réinvestir dans des descriptions de figures complexes. L'usage d'un vocabulaire géométrique approximatif a été plus fréquent. Finalement, pour ce qui est de la construction de figures, les élèves ont manqué de dextérité pour manipuler les instruments de géométrie (en particulier l'équerre) et ils ont eu tendance à faire un usage inadéquat des instruments.

Ces constats nous ont amenée à nous demander : comment pouvons-nous aider les élèves à mieux maîtriser le vocabulaire géométrique et à faire un usage plus approprié des instruments? Quelles activités pourrions-nous proposer aux élèves, qui leur permettent d'améliorer leurs compétences géométriques, tant au plan pratique par l'usage des instruments qu'au plan théorique par la maitrise des propriétés et leur verbalisation?

2. Une revue de la littérature

Pour tenter de trouver une solution à ce questionnement, nous avons commencé une revue de la littérature. Cette revue de littérature consacrée à l'enseignement et aux apprentissages en géométrie à l'école primaire permet de distinguer trois types d'activités proposées aux élèves : la reconnaissance (ou l'identification), la description et la production (ou la reproduction) de figures géométriques. Nous dressons un aperçu des études empiriques selon ces trois types d'activités.

2.1. Quelques définitions

Tout d'abord, nous préciserons ci-dessous la signification de plusieurs termes fréquemment utilisés dans ce mémoire, afin de nous assurer d'une meilleure compréhension des termes que nous emploierons.

2.1.1. Distinction entre dessin et figure géométrique

Dans les manuels, les exercices et les programmes scolaires, le terme « figure » est parfois employé selon le sens d'objet géométrique ou de référent théorique ou selon le sens de dessin. Les termes « dessin », « figure » et « référent théorique » méritent d'être définis pour clarifier leur signification.

Ainsi, nous considérons que :

> En tant qu'entité matérielle sur un support, le dessin peut être considéré comme un signifiant d'un référent théorique (objet d'une théorie géométrique ...). La figure géométrique consiste en l'appariement d'un référent donné à tous ses dessins, elle est alors définie comme l'ensemble des couples formés de deux termes, le premier terme étant le référent, le deuxième étant un des dessins qui le représente; le deuxième terme est pris dans l'univers de tous les dessins possibles du référent. Le terme de figure géométrique renvoie dans cette acception à l'établissement d'une relation entre un objet géométrique et ses représentations possibles. (Laborde et Capponi, 1994, p. 168).

Pour simplifier la compréhension de ce mémoire, nous utiliserons le terme « figure » lorsqu'il est question du référent géométrique ou du dessin, car à l'école primaire ces derniers sont souvent très proches l'un de l'autre étant donné que les dessins sont réalisés à l'échelle 1. La figure géométrique n'a donc souvent qu'une seule représentation.

2.1.2. Identifier et reconnaitre des figures

Braconne-Michoux (2016) distingue l'identification de la reconnaissance de figures.

> Identifier (ou définir) : donner la définition, donner une liste exhaustive de caractéristiques permettant d'introduire un nom, une notion nouvelle. Identifier (ou définir), c'est apprendre à connaître.
>
> On utilise ce verbe dans une activité de découverte, lors d'une première rencontre ou de l'initiation à une nouvelle notion, un nouveau mot de vocabulaire, une nouvelle figure, etc.
>
> Reconnaître : retrouver, parmi des figures, plusieurs descriptions ou différentes représentations des figures ou des configurations déjà connues (Braconne-Michoux, p. 235-236).

2.1.3. Décrire des figures

« Décrire un objet, oralement ou par écrit, c'est utiliser un vocabulaire géométrique permettant à un interlocuteur d'identifier l'objet, de le reproduire ou de le représenter. » (Document d'accompagnement des programmes français, 2002, p. 1). On peut noter ici, que, l'on ne précise pas la nature de l'objet qui sera décrit ni le support sur lequel s'appuie cette description : s'agit-il d'un dessin construit avec les instruments ou à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, d'un schéma codé, d'un solide réel ou représenté ? Toutes ces situations sont envisageables.

2.1.4. Reproduire, construire et tracer des figures

> Reproduire un objet, c’est en faire une copie à l’identique, cet objet étant visible un certain moment (mais pas nécessairement pendant tout le temps de l’activité). Quand l’objet est un dessin plan, la superposition de l’original et de l’objet produit permet de contrôler la qualité de la reproduction. La reproduction peut être réalisée à l’échelle 1 ou à une autre échelle : dans ce dernier cas, la validation se fait par superposition à l’aide d’un calque réalisé par l’enseignant (Document d’accompagnement des programmes français, 2002, p. 1).

« Construire un objet, c’est le produire à partir d’un texte descriptif ou prescriptif, à partir d’un schéma éclairé ou non par du texte, des codages » (Document d’accompagnement des programmes français, 2002, p. 1). Construire en géométrie plane implique à l’école primaire que l’élève utilise des instruments de géométrie pour produire la figure à l’échelle 1.

« Tracer : [c’est] utiliser la règle et le crayon pour donner à voir un segment dont les extrémités sont connues (ou non) ou une partie d’une droite passant par deux points connus (ou non) » (Braconne-Michoux, 2016, p.236).

2.2. L’identification ou la reconnaissance de figures

2.2.1. La reconnaissance des figures géométriques planes par les enfants de 5 ans

Pinet et Gentaz (2007) ont étudié la reconnaissance visuelle du carré, du triangle, du rectangle et du cercle chez élèves de grande section de maternelle en France (5 ans). Ils ont constaté que les élèves sont influencés par certaines caractéristiques géométriques et spatiales de la figure comme la longueur des côtés ou l'orientation spatiale dans la page. Ainsi, les élèves ont plus de facilité à reconnaître les figures qui ont une représentation en position prototypique, c’est-à-dire dans la position la plus courante (côtés ou axes de symétrie parallèles aux bords de la feuille). « L’analyse des figures cibles reconnues (les « bonnes » reconnaissances) va dans le sens de notre hypothèse : la reconnaissance de l’exemplaire prototypique pour le carré, le rectangle et le triangle est meilleure que celle des exemplaires non prototypiques. » (Pinet, Gentaz; 2007, p. 23).

2.3. La description de figures

Pierrard (2004) mentionne qu'il y a deux sortes de textes qui décrivent les figures et les dessins géométriques : les textes descriptifs et les textes injonctifs qui s'apparentent aux programmes de construction. Ces deux types de textes n'ont pas la même visée. À l'expression « description de figure », on peut associer différentes tâches comme :

- demander à l'élève de lire la description et de la comprendre pour construire une figure ou suivre un programme de construction;
- demander à l'élève de produire (rédiger un texte) dans le but de reconnaître une figure parmi un lot de plusieurs ou d'en faire une reproduction.

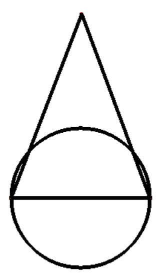
Pierrard mentionne que ces activités demandent aux élèves de mobiliser des compétences géométriques distinctes. Elles les amènent aussi à produire des textes avec des caractéristiques différentes. Selon lui, la description de figures ne devrait pas seulement être traitée d'un point de vue mathématique, mais également d'un point de vue des compétences textuelles. De fait, la connaissance des compétences langagières est importante pour la production des textes.

Pour être capable d'écrire un texte injonctif, comme un programme de construction, l'élève devrait connaître le contexte dans lequel sera réalisée la construction, mettre en valeur la suite séquentielle d'actions en les numérotant une à la suite de l'autre, utiliser des verbes d'action et employer le présent, l'impératif ou l'infinitif pour décrire les étapes à suivre. La deuxième personne du singulier serait à privilégier, puisqu'elle rend le texte plus accessible pour les élèves (Pierrard, 2004).

En ce qui a trait à l'écriture d'un texte descriptif, l'élève ne devrait ni produire une définition ni faire une énumération des éléments de la figure. Il devrait mettre en jeu trois opérations : l'assimilation, l'aspectualisation et la thématisation. L'assimilation est une opération qui permet de décrire la figure en faisant une analogie, une comparaison ou une métaphore; à titre d'exemple, un élève pourrait décrire une figure en la comparant à une maison. L'aspectualisation est une opération qui permet de décrire des parties et des propriétés de la figure; par exemple, la figure complexe est composée d'un carré et d'un triangle dont la base est un des côtés du carré. La thématisation est une opération qui classe une particularité de la figure en sous-thème; par exemple, le triangle est équilatéral (Pierrard, 2004). L'élément central dans la description reste l'aspectualisation, car elle permet à l'élève de faire des liens entre les figures simples et la figure complexe. L'assimilation n'est pas pertinente en géométrie, cependant on remarque que les élèves ont souvent tendance à l'utiliser lorsqu'ils décrivent des figures complexes (ex. : cette figure ressemble à un bonhomme).

> Remarquons que ces trois opérations qui peuvent être conjointes dans la même séquence descriptive (voir exemple ci-dessous, tableau I) ne peuvent être simplement juxtaposées, mais doivent être articulées. En géométrie, l'ordonnancement des informations (définition de l'aspect général avant le développement de sous-thèmes) est un critère de pertinence du texte produit. (Pierrard, 2004, p. 13)

Tableau I: Exemple tiré de Pierrard (2004) p. 13

	Face à cette figure, un élève a écrit : - *c'est comme un chapeau de clown* (assimilation par analogie qui dépend de l'orientation du dessin); - *il y a un cercle et un triangle dont un côté est diamètre du cercle* (aspectualisation par explicitation des figures simples et lien); - *Le triangle est isocèle* (thématisation par mise en évidence de la particularité d'une sous-figure).

> Cette première approche des écrits de présentation de figures complexes met en évidence l'articulation entre l'analyse géométrique de la figure et les caractéristiques du texte produit et permet de bien différencier la situation de description d'une figure et la situation de production d'un texte de construction d'une figure. Ainsi, un texte descriptif est très mal adapté à une situation de construction de la figure, puisqu'il suppose que le récepteur se forge une image mentale de la figure avant de la dessiner et qu'il élabore lui-même certains sous-programmes de construction; inversement un texte prescriptif serait inadapté à une situation de reconnaissance de figures puisque le récepteur devrait construire la figure avant de la comparer aux figures dont il dispose (Pierrard, 2004, p. 16).

Du point de vue de Pierrard, la description de figures et leur production sont très liées : un élève ne peut produire un programme de construction adéquat s'il n'est pas en mesure de se faire une image mentale des différentes étapes à accomplir pour construire la figure. Il devrait avoir une bonne connaissance des propriétés géométriques et de l'usage des instruments (règle, équerre).

Dans le même ordre d'idées, la description de figure serait très liée à la reconnaissance de figures : il faut être capable de bien identifier et analyser la figure pour pouvoir la décrire correctement. En effet, un dessin géométrique peut être lu de plusieurs façons : les élèves ont tendance à accorder plus d'importance à ce qu'ils voient plutôt qu'à ce qu'ils savent. Le perceptif et le rationnel doivent alors être articulés pour bien analyser une figure (Gobert, 2007). De plus, selon Duval & Godin (2005), il faudrait aussi amener les élèves à changer peu à peu leur façon de voir une figure et de l'analyser : les figures ne devraient plus être perçues comme des surfaces en deux dimensions, mais plutôt comme une série de lignes (en une dimension) et de points (en zéro dimension) (Duval & Godin, 2005). De fait, lorsque les élèves construisent des figures, ils tracent des segments, des droites, des sommets, etc. et non des surfaces.
Mathé (2012) s'est interrogée sur le rôle que peuvent avoir les interactions langagières dans le processus de construction de connaissances en géométrie. Il s'est avéré que les interactions discursives entre les pairs et avec l'enseignant permettent d'interroger les façons de voir et d'analyser des objets géométriques : les élèves confrontent leurs différents points de vue sur ces derniers. Ces discussions et ces échanges aident les élèves à construire des concepts géométriques. La verbalisation serait donc un élément essentiel dans la description d'objets géométriques.

2.4. La production et la reproduction de figures

2.4.1. La déconstruction dimensionnelle et le changement de regard

La majorité des erreurs de traçage faites lors de la reproduction de figures semblent liées au fait que les élèves ont de la difficulté à structurer l'espace sensible (Bouleau, 2001). Ils ont de la difficulté à se détacher de leurs perceptions primaires puisqu'ils se fient surtout à l'évidence et à leur instinct (Bouleau, 2001 ; Berthelot & Salin, 2000-2001).

On remarque qu'il est difficile pour les élèves de décomposer la figure en traits droits, en extrémité et en intersections (Bouleau, 2001). De fait, les difficultés de traçage des élèves seraient liées en partie à leur perception des figures (Duval & Godin, 2005). Ces auteurs suggèrent qu'il faudrait amener les élèves à avoir un changement de regard sur les figures. Selon ces mêmes auteurs, les élèves vont spontanément identifier visuellement les formes. Donc, ils ont tendance à percevoir les figures comme des formes à deux dimensions et auraient de la difficulté à les décomposer en un réseau de formes à une dimension. L'introduction des propriétés et des connaissances géométriques liées aux caractéristiques 1D et 0D des figures irait donc à l'encontre du processus naturel des élèves qui est de percevoir avant tout les formes en 2D. Keskessa, Perrin-Glorian et Deplace (2007) suggèrent que des activités jouant sur certaines variables didactiques (le choix des figures, le choix des instruments de géométrie et le choix des conditions de reproduction) aideraient les élèves à passer d'une vision des figures comme des surfaces à une vision des figures en termes de points et de lignes; ce qui les aiderait lorsqu'ils reproduisent des figures.

2.4.2. L'usage des instruments de géométrie et les erreurs de manipulations qui leur sont associées : constats de quelques chercheurs

Offre, Perrin-Glorian et Verbaere (2006), Favrat (1991), constatent que les élèves du cycle 3 en France (10-11 ans) sont maladroits lorsqu'il est question de manipuler des instruments (équerre, règle, compas) de géométrie pour reproduire des figures sur du papier uni. Ces maladresses sont surtout liées à une mauvaise technique et une mauvaise méthodologie : ils ne savent pas comment orienter le support sur lequel ils travaillent et manquent de dextérité dans l'utilisation de l'instrument.

Favrat (1991) remarque également que les erreurs de certains élèves sont parfois dues à une mauvaise maitrise des concepts : ils reproduisent par imitation, mais ne comprennent pas ce qu'ils font. Selon Offre et coll. (2006), certains élèves ont tendance à faire une économie conceptuelle lorsqu'ils utilisent les instruments de géométrie. En effet, ils utilisent les instruments qui leur sont le plus familiers et préfèrent en faire un usage inapproprié plutôt que d'utiliser un instrument plus efficace, mais moins connu. Les auteurs constatent aussi que les élèves peuvent être portés à faire une économie gestuelle lorsqu'ils tracent des figures. Puisqu'il peut être contraignant d'utiliser plusieurs instruments l'un à la suite de l'autre, certains élèves mettent en place des procédures économiques qui leur permettent d'obtenir des constructions satisfaisantes pour eux, sans utiliser les instruments pour leurs propriétés spécifiques. À titre d'exemple, un élève peut utiliser le « coin » de sa règle pour tracer un angle droit. Le manque d'habileté dans le maniement des instruments pour tracer augmenterait les problèmes de structuration de l'espace sensible du fait que les élèves seraient en surcharge cognitive, puisqu'ils ont plusieurs étapes à réaliser une à la suite de l'autre (Bouleau 2001).

Même si les études citées plus haut ont été menées à différents niveaux de scolarité au primaire, elles révèlent que les erreurs dans la manipulation des instruments de géométrie chez certains élèves ont tendance à perdurer tout le long de leur scolarité primaire et qu'elles ne seraient pas seulement dues à la motricité fine, mais aussi à une mauvaise connaissance des propriétés géométriques et à l'usage des instruments.

2.4.3. Les conditions de travail des élèves

Plusieurs auteurs (Offre, Perrin-Glorian et Verbaere, 2006 ; Duval & Godin, 2005) suggèrent que le choix de la figure et le choix des instruments soient faits avec soin et beaucoup de précautions si l'on veut inciter l'élève à analyser une figure différemment l'amenant peu à peu à passer du 2D au 1D. Les auteurs recommandent que :

- les élèves travaillent avec des figures qui ne sont pas usuelles;
- les assemblages de formes doivent respecter des alignements;
- le choix de la figure doit être associé au bon type d'instrument;
- l'élève doit être capable de contrôler la figure qu'il a reproduite en la superposant à un modèle.

Nous voyons que le choix des figures est très important et que l'usage des instruments est indispensable : les élèves ne devraient pas seulement travailler avec des figures usuelles placées en position prototypique et il faudrait qu'ils deviennent plus habiles lorsqu'ils font usage des instruments géométriques. Si les élèves maitrisaient mieux l'usage des instruments, ils pourraient se concentrer davantage sur l'analyse des figures à reproduire et éviteraient par conséquent la surcharge cognitive.

3. La géométrie dans les programmes scolaires québécois

3.1. Le Programme de formation à l'école québécoise (PFÉQ) et la Progression des apprentissages (PDA)

Dans la présentation de la partie géométrie de la progression des apprentissages, on peut lire :

> Avant son arrivée au préscolaire, l'enfant prend contact avec la forme des objets dans son environnement et acquiert les premières notions topologiques d'intérieur, d'extérieur, de dessus et de dessous; il acquiert aussi les rudiments du repérage dans l'espace. Au préscolaire, il commence à organiser l'espace et à mettre des objets en relation : comparer, classer et grouper.
>
> Tout au long du primaire, c'est en réalisant des activités ou en manipulant des objets que l'élève acquiert le vocabulaire propre à la géométrie et apprend à se repérer dans l'espace, à nommer des figures planes et des solides, à décrire des classes de figures et à observer des propriétés de ces classes. Les objets d'étude en géométrie, au primaire, sont les figures planes ou tridimensionnelles qui habitent l'espace. Le repérage dans l'espace et la capacité d'observer les caractéristiques géométriques et topologiques des objets sont des apprentissages clés du cheminement en géométrie. La connaissance du vocabulaire ne suffit pas si les mots ne sont pas intimement liés à des concepts précis tels que la forme, la ressemblance, la dissemblance, l'isométrie ou la symétrie. Des activités variées et l'exploitation d'un éventail d'objets et de représentations sont essentielles au développement du sens spatial et de la pensée géométrique de l'élève. Il évoluera du concret par la manipulation et l'observation d'objets, vers l'abstrait par la création d'images mentales de figures et de leurs propriétés, en passant par différentes représentations.
>
> La capacité de dégager et de reconnaître les propriétés d'un objet géométrique ou d'une classe d'objets est préalable à l'apprentissage des relations entre les éléments d'une figure ou entre des figures distinctes. Elle est préalable également à la capacité d'énoncer de nouvelles propriétés et d'utiliser des propriétés connues ou nouvelles dans la résolution de problèmes. (p. 14).

Comme nous pouvons le constater, ces propos reprennent ceux que nous avons déjà rencontrés dans la revue de littérature et sur lesquels nous reviendrons dans le prochain chapitre (cadre théorique) : au fil de leur scolarité, les élèves devraient passer graduellement d'une géométrie concrète à une géométrie graphique pour finalement maîtriser une géométrie déductive. Cependant, ce texte, tout comme le programme complet (PFÉQ), ne suggère pas d'activités à mener en classe pour passer de l'une à l'autre. De fait, seuls les savoirs essentiels de la géométrie plane et le vocabulaire à maîtriser sont mentionnés dans la Progression des apprentissages (PDA) et dans le PFÉQ. Les élèves doivent « comparer et construire des figures composées de lignes courbes fermées ou de lignes brisées fermées », « identifier des figures planes », « décrire des figures planes », « identifier et construire des droites parallèles et des droites perpendiculaires » et « classer des figures » (PFÉQ, 2006, p. 15). Même si le vocabulaire que les élèves doivent acquérir à la fin de chaque cycle est précisé, force est de constater que

l'enseignant est livré à lui-même, du fait que les programmes manquent de précisions, de suggestions et d'exemples dans la description des savoirs essentiels.
Par ailleurs, lorsqu'on demande à l'élève de 2e cycle du primaire de « construire des droites parallèles et des droites perpendiculaires », nous ne savons pas s'il doit le faire en utilisant les instruments de géométrie ou en utilisant d'autres moyens (autres instruments, perception, logiciel de géométrie dynamique, etc.). La PDA et le PFÉQ restent vagues à ce sujet : l'usage des instruments de géométrie n'est aucunement mentionné dans la PDA.

L'ordre dans lequel les savoirs essentiels sont présentés dans la PDA est également à questionner. L'élève du 2e cycle du primaire doit être en mesure d'identifier les figures géométriques courantes comme les cercles, les triangles, les quadrilatères, plus particulièrement le carré, le rectangle, le losange, le trapèze. Il doit aussi être en mesure de les décrire et de les construire. Or, les programmes scolaires ne suggèrent pas d'ordre pour enseigner ces savoirs essentiels. L'élève doit-il d'abord comparer des figures et en construire, pour ensuite les identifier et finalement les décrire ? Ou au contraire, ces savoirs essentiels sont-ils indépendants les uns des autres ? Il nous semble très ambitieux de demander à un élève de construire une figure sans que celui-ci ne sache l'identifier ou qu'il ne puisse la décrire. Dans les programmes scolaires l'articulation de ces différents savoirs essentiels n'est pas évoquée. L'enseignant a la responsabilité des activités qu'il propose à ses élèves : des constructions à l'aide d'instruments ? des descriptions de figures utilisant seulement du vocabulaire géométrique?

3.2. Des documents d'accompagnement

Comme le PFÉQ et la PDA ne proposent pas d'activités pour amener les élèves à développer les savoirs essentiels suggérés, l'enseignant peut avoir recours à des documents d'accompagnement pour concevoir ses activités en classe. Comme ce type de documents n'est pas disponible au Québec, l'enseignant peut consulter ceux provenant d'autres provinces ou de pays. Des documents officiels ontarien (2006) et français (2002) peuvent être une référence en matière d'activités et de pistes pour l'enseignant. Dans le document d'accompagnement du programme de l'Ontario, on y « suggèr[e] des applications pratiques des principes et des fondements présentés dans le guide principal. Ils sont conçus pour aider l'enseignant ou l'enseignante à s'approprier la pédagogie propre à chaque domaine mathématique » (2006, p. 3).

Quant au document d'accompagnement français, il « a pour objet de fournir des indications pour l'enseignement de l'espace et de la géométrie au cycle 2 » (Document d'accompagnement du programme français, 2002, p. 1).

4. La géométrie dans les manuels scolaires

Comme l'ont montré Margolinas & Wozniak (2009), les enseignants ont tendance à se fier à un seul document pour concevoir leurs situations d'enseignement pour une matière précise. Les auteures mentionnent que, majoritairement, ce document principal est un manuel, un cahier d'exercices; il peut être aussi un ouvrage de référence ou le programme scolaire. Comme les programmes scolaires québécois ne donnent pas de directives précises en géométrie, nous émettons l'hypothèse que les enseignants pourraient fonder leur enseignement en partie sur ce qui est proposé dans les manuels scolaires. Afin de dresser un portrait des tâches réalisées par les élèves, nous avons analysé les manuels et les cahiers d'exercices suivants, tous de 4^{e} année primaire (2^{e} cycle) : *Adagio* (2001, 2002), *Agentmath* (2013), *Défi mathématique* (2002), *Caméléon* (2014) et *Clicmaths* (2002). Seuls les manuels *Adagio* (2001, 2002), *Clicmaths* (2002) et *Défi mathématique* (2002) sont approuvés par le MELS. Nous étudierons la place accordée à la reconnaissance de figures, à leur description et à leur production (reproduction de figures) qui sont les trois activités que nous avons mises en évidence dans la revue de la littérature portant sur la géométrie au primaire. Cette analyse devrait nous permettre d'en apprendre davantage sur les types de support privilégiés et sur l'importance accordée à l'usage des instruments de géométrie au 2^{e} cycle du primaire qui sont des aspects qui sont peu détaillés dans les programmes scolaires. Dans cette section, les tâches les plus typiques relevant des savoirs essentiels à développer selon les programmes scolaires seront présentées.

4.1. Les tâches associées à la reconnaissance de figure

Après avoir examiné les différents manuels, force est de constater que les exercices de tâches d'identification et de reconnaissance de figures sont prédominantes. Une des tâches typiques est d'associer une figure à une propriété géométrique ou à un nom de figure. On remarque que les élèves sont amenés à classer des figures dans des diagrammes de Venn sans que celui-ci ne soit institutionnalisé, comme si sa lecture et son interprétation étaient transparentes. La Figure 2, à la page suivante, est un exemple de ce type de tâche en 4^{e} année. En effet, quelle garantie a-t-on qu'un élève qui placerait les figure H et K dans la zone étiquetée « carrés » aura compris que ces quadrilatères sont à la fois des rectangles et des losanges. Il peut très bien rester sur une classification exclusive des quadrilatères en considérant les trois ensembles « losanges, carrés, rectangles » disjoints l'un de l'autre.

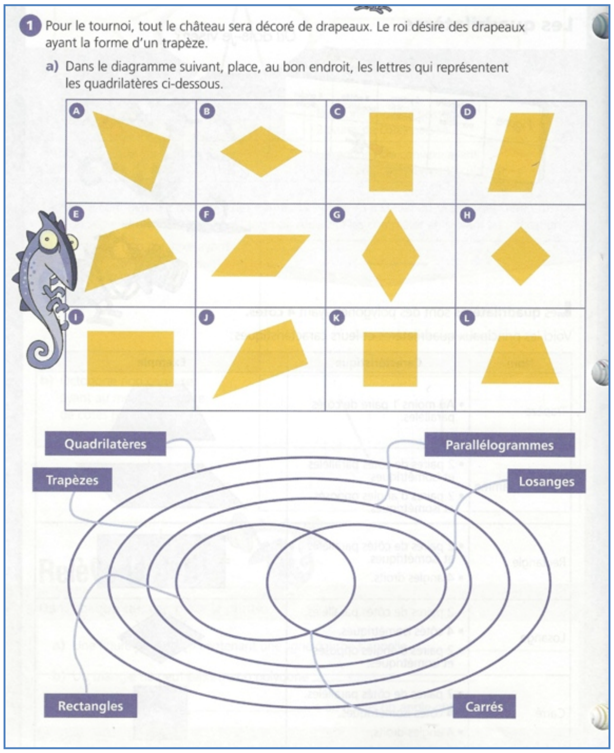


Figure 2: Exercice, *Caméléon*, A, (2014), p. 62

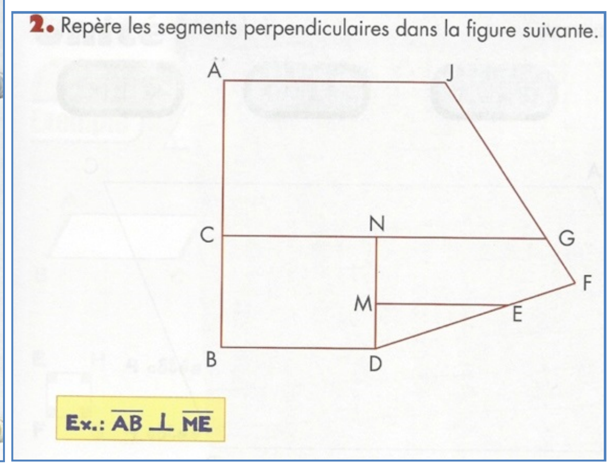


Figure 3: Exercice, *Agentmath*, (2013), p. 119

Dans le même ordre d'idées, il est en général demandé aux élèves de reconnaitre une propriété géométrique : les différents types d'angles (angle droit, angle aigu, angle obtus), le parallélisme ou la perpendicularité d'une droite à une autre. La Figure 3 est un exemple de ce type de tâches que l'on retrouve dans les manuels scolaires. Comme nous pouvons le constater dans cette figure, l'usage des lettres pour les points est fréquemment utilisé dans les manuels. Or, cette notation mathématique est inaccessible pour bon nombre d'élèves (Offre, Perrin-Glorian, Verbaere, 2006), surtout si elle n'a jamais été institutionnalisée auparavant. De plus, il n'est pas rare qu'il y ait une confusion entre les termes « segment » et « droite » surtout quand vient le temps de repérer des segments perpendiculaires comme dans la Figure 3 ci-dessus, le segment $\overline{AB}$ ne serait pas perpendiculaire au segment $\overline{ME}$. En effet, par définition, des droites perpendiculaires sont des droites qui se coupent en formant quatre angles droits mais si les objets à l'étude ne se coupent pas, comme les segments $\overline{AB}$ et $\overline{ME}$, peut-on encore dire qu'ils sont perpendiculaires? On peut facilement imaginer la perplexité de l'élève.

Un autre constat est que les figures présentées dans les manuels scolaires sont presque toujours les mêmes (celles qui sont énumérées dans la PDA) et sont presque toujours présentées en position prototypique. Les élèves identifient et reconnaissent toujours ces mêmes figures (triangles isocèles ou équilatéraux, rectangles, losanges ou carrés), selon la même orientation dans la feuille. Les tâches sont donc souvent très répétitives.

4.2. Les tâches associées à la description de figure

La description de figures est aussi très présente dans les manuels scolaires. En effet, comme pour l'identification ou la reconnaissance de figures, les élèves sont amenés à remplir un tableau à double entrée avec le nom de la figure ou son dessin sur les lignes et avec les différentes propriétés géométriques en colonnes (Figure 4). L'élève n'a pas la responsabilité de la rédaction de la description de la figure ; il n'a pas à témoigner de la maîtrise du vocabulaire dans son usage personnel.

Je m'exerce

Remplis le tableau qu'on te remet. Coche les cases correspondant aux attributs que l'on trouve toujours sur chacune des figures énumérées.

Attributs / Figures	Quatre angles droits	Quatre côtés isométriques	Deux paires de côtés parallèles	Une seule paire de côtés parallèles
Carré				
Losange				
Rectangle				
Parallélogramme				
Trapèze				

Figure 4: Exercice, *Clicmaths*, A, (2002), p. 24

Une autre tâche régulièrement rencontrée dans les manuels consiste à demander aux élèves de réinvestir le vocabulaire géométrique en associant une figure à une description ou de regrouper ou de classer des figures selon des caractéristiques géométriques communes. Puis, il est demandé à l'élève de justifier les regroupements qu'il a faits (Figure 5). On retrouve là des quadrilatères en position prototypique, qui ont comme propriétés communes d'avoir tous quatre côtés et au moins deux côtés parallèles. Ce type de tâche pourrait être intéressant comme première activité : cependant il faudrait par la suite proposer des descriptions complètes ou incomplètes. Mais c'est là une activité plus rare dans les manuels ou les cahiers d'exercices.

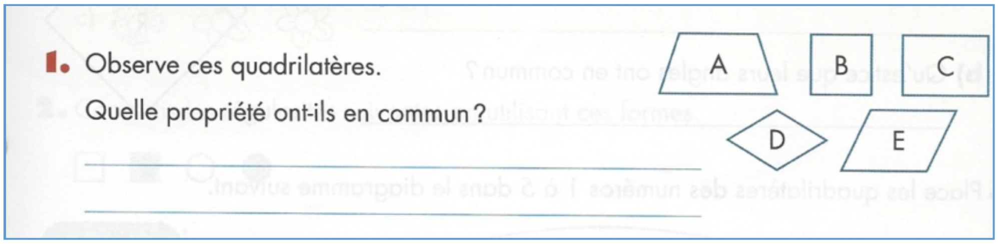


Figure 5: Exercice, *Agentmath*, (2013), p. 121

Finalement, comme on le voit dans la Figure 6, un autre type de tâche demandé à l'élève est de choisir une figure parmi un lot de figures, de la décrire à un autre élève qui a les mêmes figures sous les yeux et ce dernier doit l'identifier. Mais, là encore, à cause de la consigne qui demande d'utiliser les trois termes (parallèle, perpendiculaire, angle droit), l'élève peut fournir une description qui se révèlera redondante parce que les figures sont trop différentes les unes des autres. Par exemple, un élève peut dire : « je choisis la figure qui a un angle droit, deux côtés perpendiculaires et pas de côtés parallèles ». Il est certain qu'il parle du triangle rectangle B! Les élèves peuvent réussir les tâches de description facilement notamment parce qu'on leur fournit le vocabulaire géométrique à utiliser. Il est donc difficile de savoir si les élèves utiliseraient spontanément le vocabulaire géométrique adéquat. De plus, les figures ne sont pas judicieusement choisies, car les élèves décrivent des figures qui sont trop différentes les unes des autres; même si l'élève donne une description est incomplète, son partenaire pourra assurément retrouver la figure parmi le lot.

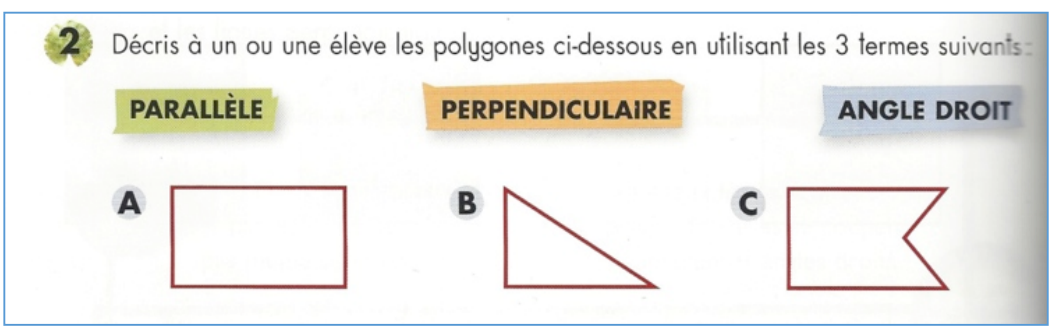


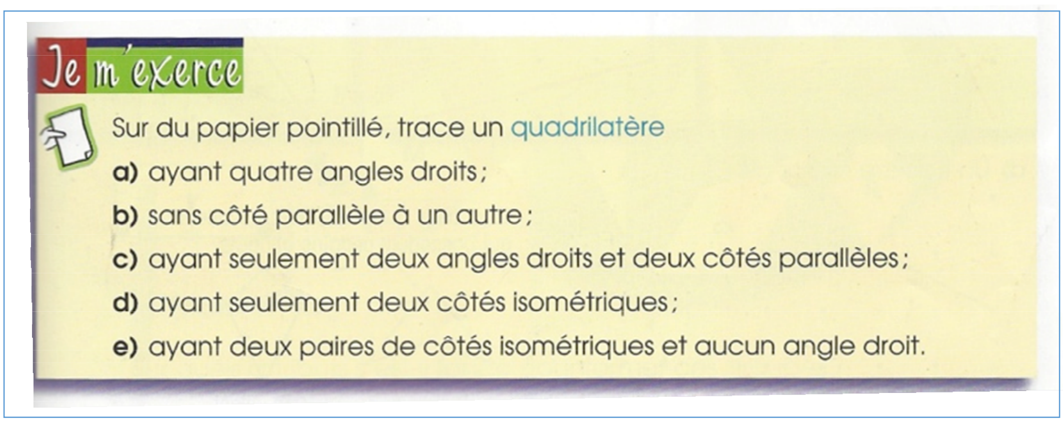
Figure 6: Exercice, *Adagio*, (2001, 2002), p. 20

Même si les types de tâches sont plus variés que pour l'identification de figures, les élèves décrivent les mêmes figures à maintes reprises. Ils décrivent des quadrilatères ou des polygones non convexes bien connus généralement placés en position prototypique (carré, rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, losange, trapèze isocèle, parallélogramme). Nous pouvons nous demander si les élèves seraient capables de décrire d'autres configurations où seraient présentes deux figures liées l'une à l'autre comme dans l'exemple donné dans la Figure 1 (p. 6).

4.3. Les tâches associées à la production ou à la reproduction de figure

Dans les manuels, les tâches associées à la production et à la construction de figures sont très peu nombreuses. De même, il n'y a que très peu, voire, dans certains manuels, aucune tâche de reproduction.

Les tâches de production de figures ressemblent beaucoup à celle qui est proposée dans la Figure 7 ci-dessous où l'on demande à l'élève de tracer une figure sur du papier pointillé en utilisant une règle et en respectant les propriétés indiquées. L'ambiguïté liée à la production d'un seul quadrilatère qui aurait toutes les propriétés indiquées étant levée (il faut construire 5 quadrilatères différents), les productions des élèves risquent d'être très variées (réussite de la tâche), ou au contraire très pauvres parce qu'ils ne s'écarteront pas des images mentales acquises au fil des activités de description et de reconnaissance (figures en position prototypiques auxquelles on peut donner un nom). Plusieurs productions peuvent être tracées sans que l'on sache si les élèves les auront validées perceptivement ou à l'aide de leurs instruments de géométrie.


Je m'exerce

Sur du papier pointillé, trace un quadrilatère

a) ayant quatre angles droits ;

b) sans côté parallèle à un autre ;

c) ayant seulement deux angles droits et deux côtés parallèles ;

d) ayant seulement deux côtés isométriques ;

e) ayant deux paires de côtés isométriques et aucun angle droit.

Figure 7: Exercice, *Clicmaths*, A, (2002), p. 25

De fait, quand il est explicite, l'usage des instruments de géométrie est très limité. On demande alors à l'élève de faire des constructions ou de tracer des figures sur du papier blanc en n'utilisant que la règle graduée (comme dans la Figure 8). Cet exemple nous montre combien il peut être difficile pour l'élève de tracer ou de construire des figures qui ne sont pas en position prototypique, s'il n'a pas les instruments adéquats pour représenter des figures qui sont orientées autrement dans la page. En obligeant l'élève à utiliser la règle pour construire des droites perpendiculaires et des droites parallèles, on l'amène à faire une économie conceptuelle : il utilise la règle qui est l'instrument qui lui est le plus familier plutôt que l'équerre qui serait un instrument plus pertinent. Il fera donc un usage inapproprié de la règle. On conforte aussi l'élève dans une économie gestuelle : il construira des droites perpendiculaires et des droites parallèles en n'utilisant que la règle plutôt que d'utiliser les instruments pour leurs propriétés spécifiques. En effet, il est moins contraignant d'utiliser un seul instrument plutôt que plusieurs, un à la suite de l'autre. Ce constat est étonnant dans la mesure où on encourage l'élève à utiliser des techniques peu efficaces pour réaliser ces constructions.

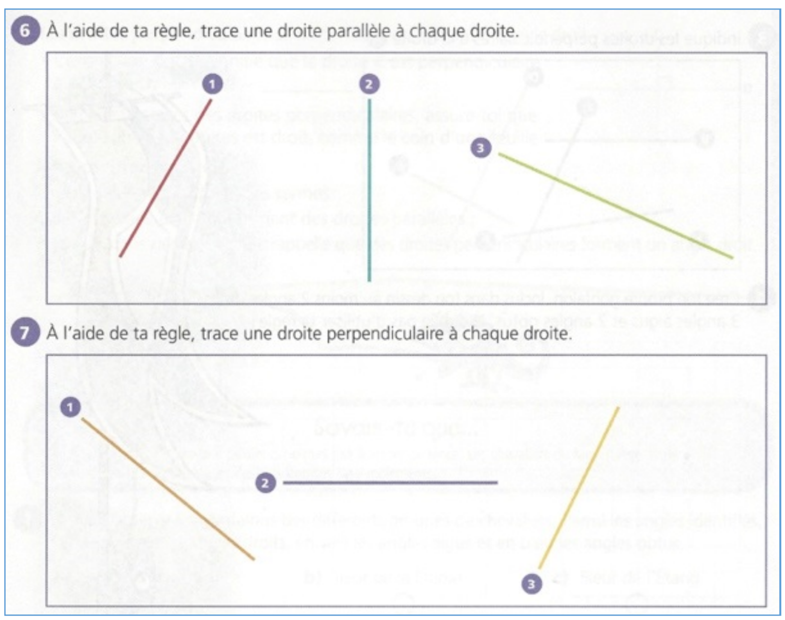


Figure 8: Exercices, *Caméléon*, A, (2014), p. 56

Défi mathématique est le seul manuel dans lequel la reproduction de figures est proposée aux élèves. On aborde ce type d'activité à l'aide de pièces de Tangram, donc sans utilisation des instruments de géométrie. Par exemple, comme dans la Figure 9, les élèves sont amenés à changer leur regard sur la figure (« la pipe ») pour y retrouver les pièces du Tangram avec les propriétés géométriques de chacune (le petit carré, le parallélogramme, les différents triangles rectangles, etc.). Cependant, ce type de reproduction de figures ne permet pas aux élèves de déconstruire la figure en 1D, puisqu'ils doivent décomposer la figure en termes de surfaces.

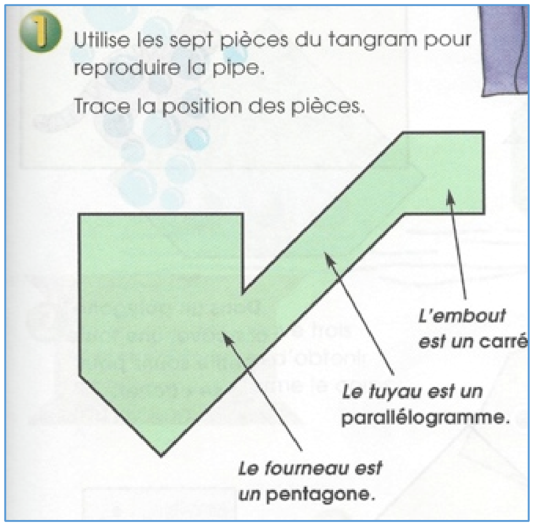


Figure 9: Exercice, *Défi mathématique,* (2002), p. 129

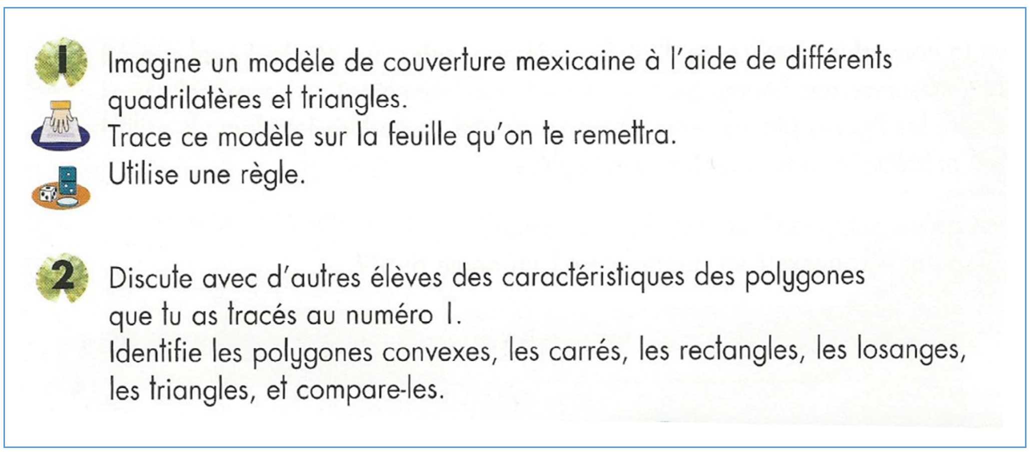
En analysant plusieurs manuels, on remarque que l'usage des instruments qui y est décrit est limité. On s'en tient principalement à l'utilisation de la règle. Seuls les manuels *Agentmath* et *Clicmaths* mentionnent l'usage de l'équerre. *Agentmath* (Figure 10) fait allusion à l'équerre comme étant un instrument pour les menuisiers.

Figure 10: Encadré, *Agentmath*, (2013), p. 119

Cependant, on n'y mentionne pas que cet instrument peut être utilisé pour vérifier la présence d'angles droits ou pour faire des constructions géométriques en classe. Les activités proposées dans les manuels, comme les programmes scolaires, ne mettent pas en valeur les instruments de géométrie et la règle graduée est le seul instrument qui est utilisé. L'équerre et le compas sont oubliés. Ce constat est très étonnant, car on mentionne dans les programmes scolaires que les élèves du 2e cycle devraient être capables de construire des droites parallèles et des droites perpendiculaires. Or, comme nous l'avons vu à la Figure 8, il est fréquemment demandé aux élèves de réaliser ces constructions en utilisant seulement la règle graduée. Les moyens que l'on propose aux élèves ne leur sont pas profitables, puisqu'ils pourront difficilement réussir les constructions demandées avec précision. Nous relevons ici un manque de cohérence entre ce qui est attendu des élèves et les moyens qui sont mis en place. Les élèves bénéficieraient de l'usage de l'équerre pour analyser et construire des figures.

4.4. Organisation des tâches présentées dans les manuels

En analysant les manuels, force est de constater que les activités ne semblent pas être organisées selon une progression particulière. En effet, les tâches de construction de figures sont parfois données avant même des tâches de reconnaissance ou de description de figure.


1 Imagine un modèle de couverture mexicaine à l'aide de différents quadrilatères et triangles.
Trace ce modèle sur la feuille qu'on te remettra.
Utilise une règle.

2 Discute avec d'autres élèves des caractéristiques des polygones que tu as tracés au numéro 1.
Identifie les polygones convexes, les carrés, les rectangles, les losanges, les triangles, et compare-les.

Figure 11: Exercice, *Adagio*, (2002), p. 48

À titre d'exemple, dans la Figure 11, la question 1 est la première tâche d'une leçon portant sur les quadrilatères, les triangles, les polygones convexe et non-convexe et les angles droits. On demande ici à l'élève de construire une figure complexe composée de quadrilatères et de triangles avec une règle. Nous pouvons donc nous attendre à ce que l'élève construise des quadrilatères et des triangles quelconques, et au mieux des triangles isocèles. L'élève pourrait également construire des figures avec des angles droits en se fiant uniquement à sa perception ou en traçant approximativement avec le coin de sa règle. Puis, à la question 2, on demande à l'élève de décrire les figures qu'il a tracées et d'identifier les polygones convexes, les carrés, les rectangles, les losanges, les triangles et de les comparer. Nous voyons donc qu'il était attendu de l'élève qu'il construise les figures nommées précédemment. Ceci est étonnant dans la mesure où les élèves avaient difficilement les outils pour le faire adéquatement, notamment pour la construction du losange.

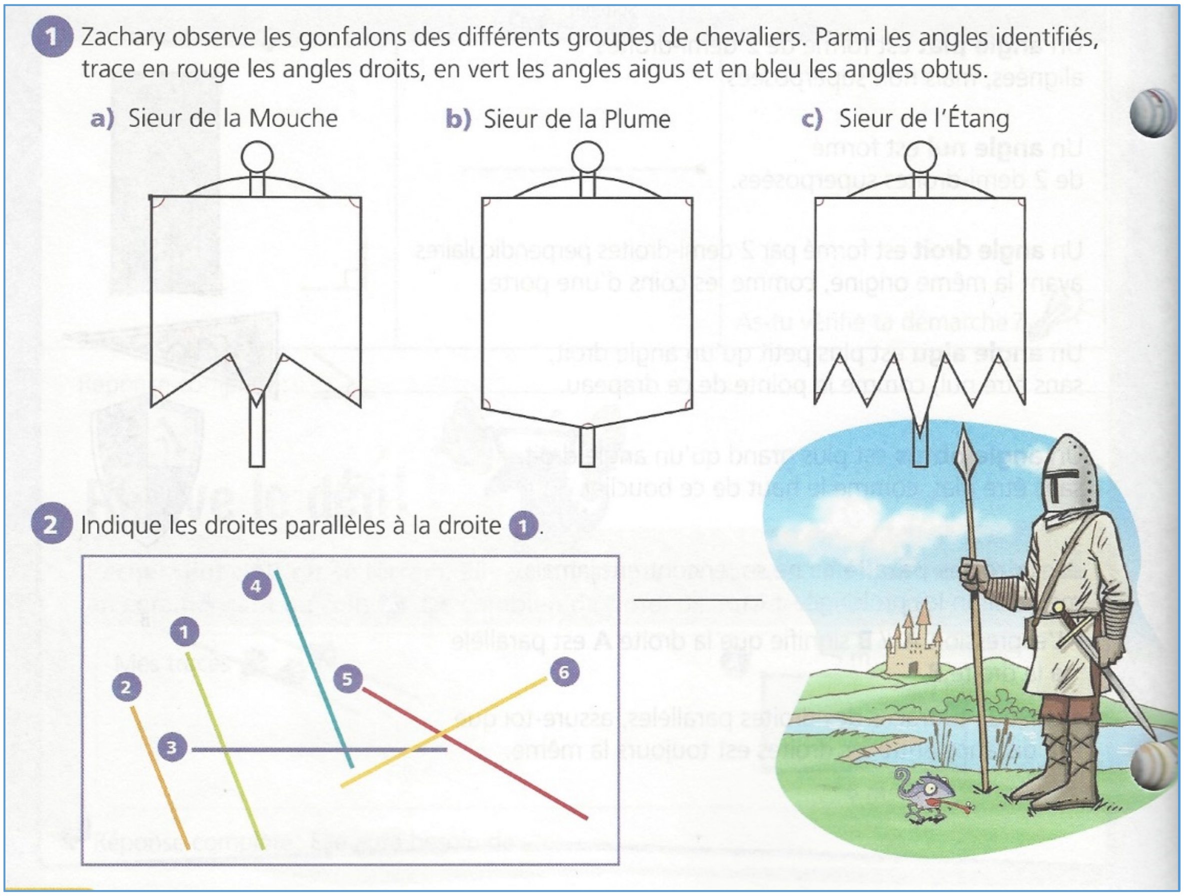


Figure 12: Exercices, *Caméléon*, 2014, p. 54

Par ailleurs, comme nous pouvons le voir dans la Figure 12, qui est la première tâche d'une leçon portant sur les angles et les droites parallèles et perpendiculaires, on demande aux élèves de reconnaître les différents angles droits. À la page précédente, les élèves ont eu accès à un lexique dans lequel on présente les termes « angle », « angle plat », « angle droit », « angle aigu », « droites parallèles » et « droites perpendiculaires ». La première tâche demandée aux élèves aurait peut-être été plus intéressante, si elle avait été une tâche de découverte de propriétés où l'élève aurait été initié à la nouvelle notion ou au nouveau mot de vocabulaire sans qu'on lui donne directement un lexique. En ce qui concerne la deuxième tâche, elle n'est aucunement liée à la première; les élèves doivent maintenant reconnaître les droites parallèles. Nous pensons qu'il aurait été plus pertinent de demander comme deuxième tâche une qui portait également sur les angles droits, comme décrire des figures avec différents angles ou tout simplement apprendre à construire des angles droits.

4.5. En conclusion

Après l'analyse de ces différents manuels, nous pouvons faire plusieurs constats. Tout d'abord, les tâches proposées sont principalement des tâches d'exécution, de classement de figures où l'investissement et l'engagement des élèves sont limités. En effet, ils observent, décrivent et classent les « mêmes » figures, qui sont disposées de façon prototypique. La plupart du temps, les élèves valident leurs réponses grâce à leur perception, en se fiant à ce qu'ils voient.
Ensuite, les instruments de géométrie ne sont pas mis de l'avant et seule la règle graduée est utilisée pour produire des figures : il y a un manque de cohérence entre ce qui est demandé aux élèves et les moyens qu'on leur propose pour y arriver. On ne semble pas exploiter le fait que les instruments de géométrie sont porteurs de propriétés géométriques et qu'ils peuvent servir à les vérifier ou à les mettre en œuvre dans une construction de figure.
Finalement, les manuels scolaires ne semblent pas accorder une importance particulière à l'ordre dans lequel sont présentées les différentes tâches. Elles sont données indépendamment les unes des autres. Ainsi, des exercices portant sur la production de figures sont parfois proposés avant des exercices d'identification de figures, ou de description de figures. Ce constat est très étonnant : comment est-il possible de construire des droites perpendiculaires sans en avoir préalablement identifié ou reconnu? Il y a encore une fois un manque de cohérence entre ce qui est demandé aux élèves et ce qui est attendu d'eux.

À la suite de la lecture des programmes de formation et de l'analyse de plusieurs manuels, force est de constater que l'enseignant a un rôle très important à jouer : il doit sélectionner les supports, les instruments qui sont pertinents pour ses élèves. Il doit également choisir l'ordre de réalisation des exercices, afin que le rythme d'apprentissage et la progression de ceux-ci soient respectés.

5. Synthèse du questionnement

Selon les programmes du PFEQ, à la fin du 1er cycle et du 2e cycle de l'école primaire québécoise, les élèves devraient être capables de reconnaître certaines figures géométriques, les décrire et les construire. Cependant, quand certains élèves résolvent de tels problèmes géométriques, ils arrivent surtout à reconnaître les figures en position prototypique, ils utilisent du vocabulaire géométrique et spatial approximatif pour décrire des figures et dans les rares occasions où ils doivent produire des figures géométriques, ils y parviennent du mieux qu'ils le peuvent avec les moyens qu'on leur propose, en s'appuyant sur leurs connaissances théoriques et perceptives.

De plus, l'ambiguïté dans les programmes scolaires et les tâches proposées dans les manuels scolaires pourraient expliquer en partie ces difficultés. De fait, les tâches trouvées dans les manuels peuvent être réussies perceptivement et les élèves n'ont pas besoin de vérifier leur intuition à l'aide des instruments de géométrie. Ils sont donc mal habiles lorsqu'ils tracent et tentent de combiner plusieurs fonctions à un instrument. Ils ne sont pas habitués à faire un usage des instruments de géométrie qui pourrait soutenir les apprentissages des propriétés des figures.

Plusieurs chercheurs émettent l'hypothèse que ces savoirs essentiels, reconnaître, décrire et reproduire des figures, pourraient interagir ensemble. La reproduction de figures serait mieux réussie si les élèves analysaient davantage les figures et avaient une meilleure connaissance des propriétés géométriques (Offre, Perrin-Glorian, Verbaere, 2006 ; Duval, Godin. 2005 ; Pierrard, 2004). Pour décrire les figures et produire des textes injonctifs ou descriptifs, les élèves doivent aussi avoir les connaissances préalables sur l'usage des instruments de géométrie (Pierrard, 2004). De même, la verbalisation et les interactions langagières aideraient les élèves à mieux faire les liens entre les objets géométriques et les concepts géométriques (Mathé, 2012). Les tâches d'identification et de reconnaissance d'une figure, ainsi que de description et de reproduction semblent interagir entre-elles. Cependant qu'en est-il des élèves québécois du 2e cycle du primaire en relation avec ces tâches ?

Nous pouvons donc nous poser les questions suivantes :

1) Comment l'activité de reproduction de figures participe-t-elle aux apprentissages en géométrie chez les élèves du primaire ?
2) Cette activité de reproduction serait-elle liée à l'activité de description des figures ?

CHAPITRE II : CADRE THÉORIQUE

Ce travail met l'accent sur le rôle que peut jouer la reproduction de figures, à l'aide des instruments de géométrie, dans l'apprentissage de la géométrie au primaire.

Dans un premier temps, nous présenterons la théorie des paradigmes géométriques selon Houdement et de Kuzniak (2006 ; 2003 ; 1998-1999) qui définissent différents modes de fonctionnement d'un élève pour effectuer une tâche en géométrie. Ainsi, nous tenterons de situer la compréhension des concepts géométriques des élèves du deuxième cycle en dressant un portrait du développement de leur pensée en géométrie.

Dans un second temps, nous présenterons le rôle de l'instrumentalisation et de l'instrumentation en géométrie (Rabardel, 1995) tout en détaillant les Espaces de Travail Géométrique selon Houdement & Kuzniak (2006) et Houdement (2007). Puis, nous décrirons les Espaces de Travail Mathématique selon Kuzniak (2011), afin de mettre de l'avant les liens qui existent entre « la figure », « les artefacts » (instruments), « le référentiel théorique », « la visualisation » et « la construction ».

Enfin, nous présenterons la déconstruction dimensionnelle et le changement de regard des figures selon Duval et Godin (2005) en décrivant les rôles de la perception, de la connaissance des propriétés géométriques et de l'utilisation des instruments de géométrie dans l'analyse d'une figure. Puis, nous présenterons différents supports géométriques qui peuvent être utilisés à des fins d'instruments (Braconne-Michoux, 2014b). Enfin, à la suite de cet étayage documentaire, nous conclurons avec une question spécifique de recherche.

1. La théorie des paradigmes géométriques

1.1. Définition

Houdement et Kuzniak (2003) s'inspirent des travaux de Gonseth (1945) pour définir trois paradigmes géométriques dans le cadre de la géométrie à l'école primaire et secondaire. Un paradigme est un mode de fonctionnement, un univers de travail, de techniques et de valeurs que partage une même communauté. Ainsi, deux personnes qui fonctionnent dans un même paradigme vont résoudre un problème géométrique en utilisant les mêmes méthodes. Selon eux, les paradigmes s'articulent autour de trois modes de pensée: l'intuition, l'expérience et la déduction. En reprenant les appellations de Gonseth (1945), Houdement & Kuzniak ont nommé les trois paradigmes : la géométrie naturelle (Géométrie I), la géométrie axiomatique naturelle (Géométrie II) et la géométrie axiomatique formaliste (Géométrie III). Pour ce qui est de notre recherche, nous détaillerons seulement la Géométrie I et la Géométrie II, qu'il est peu probable que des élèves du primaire travaillent en Géométrie III, géométrie axiomatique formaliste.

1.2. Les trois piliers : l'intuition, l'expérience et la déduction

L'intuition est un mode de connaissances de l'espace qui est fondamental en géométrie. Elle est un mode de pensée qui interprète les sensations et structure la pensée en termes d'évidences. C'est la prise de contact immédiate, directe et concrète avec les objets de l'espace. L'intuition est la « forme [de pressentiment] comme forme a priori de la connaissance de l'espace » (Houdement & Kuzniak, 2003, p. 98). L'intuition est le premier contact direct que l'élève a avec un objet de l'espace. Ainsi, elle lui permet de prévoir, d'anticiper, à l'aide de ses sensations, de ses connaissances de l'espace, sans utiliser explicitement un raisonnement. De plus, l'intuition évolue en fonction des expériences et des connaissances d'un sujet.

L'expérience permet de faire des liens entre l'action et la réalité physique et de vérifier d'une certaine façon matériellement ce que l'on propose comme hypothèse ou théorie avec son intuition. Tout dépendant des objets géométriques, l'élève vérifie ce qu'il a avancé grâce à sa perception, à l'aide des instruments de géométrie ou de logiciels de dessin géométrique (Houdement & Kuzniak, 2003). L'expérience mentale est aussi une autre forme d'expérience : l'élève peut faire des déplacements, des découpages mentalement sur les objets géométriques sans les faire réellement (Houdement, Kuzniak, 1998-1999).

La déduction permet d'avoir accès à de nouvelles informations ou connaissances à partir de celles que l'on a déjà sans avoir recours à l'expérience ou à d'autres sources (ibid., 2003). Houdement et Kuzniak emploient le terme « déduction », pour évoquer le fruit de tout raisonnement, peu importe la nature de celui-ci.

Il est important de mentionner que l’intuition, l’expérience et la déduction sont inhérentes à la pensée géométrique. Cependant, elles sont de natures différentes dans chaque paradigme et se nourrissent l’une de l’autre selon différentes modalités.

1.3. Les paradigmes géométriques

Comme nous l’avons mentionné précédemment, nous ne présenterons que deux des paradigmes proposés par Houdement et Kuzniak : GI et GII. Toutefois, nous commencerons par présenter un paradigme G0 dont la définition a été amorcée par Parzysz (Parzysz, 2001, p. 11) et qui prend en compte « la “réalité”, ou encore, le “concret” ».

1.3.1. Essai de description de la Géométrie 0 (G0)

À partir de la description de Parzysz (2001), nous pourrions dire que la géométrie G0 est une géométrie matérielle et concrète. Elle s’intéresse aux objets réels, concrets, appartenant au monde sensible. Les expériences de l’élève ne sont donc liées qu’à ses sens. Il n’y a pas de dessin, le référent théorique est une représentation de l’objet physique que l’élève peut manipuler; par exemple, un bloc Polydron, une figure en plastique ou une paille. L’élève utilise ses connaissances conjointement à ses perceptions visuelles, tactiles, kinesthésiques pour structurer ses intuitions. Puis, il les valide également par la perception. À titre d’exemple, l’élève pourrait élaborer ses intuitions en observant un objet, puis les valider en le manipulant seulement avec ses mains. S’il construit un triangle avec des pailles à boire, des cure-dents ou utilise un bloc Polydron, dans tous les cas, il élabore le concept de « triangle ». L’élève commence à utiliser le vocabulaire de la géométrie en « dépouillant » les objets de la vie courante de leurs contingences matérielles : textures, couleurs, imprécisions dans les mesures, etc. De cette façon, nous pensons qu’un élève sera capable de nommer « carré », les dalles du plancher, les blocs Polydrons, l'empreinte laissée par un cube en bois. Nous interprétons une telle démarche comme le témoignage d’un fonctionnement en G0: il commence à utiliser le vocabulaire géométrique à propos d'objets matériels. Ces connaissances lui seront nécessaires pour développer GI où les objets ne seront que les images d'eux-mêmes et ne seront plus ancrés dans la réalité concrète. En G0, les déductions de l’élève sont liées au réel. Dans cette géométrie l’élève valide ses réponses par la perception.

1.3.2. Géométrie I : géométrie naturelle (GI)

La géométrie I, soit la « géométrie naturelle », permet de valider la réalité qui se présente aux yeux de l'élève. Elle est considérée comme s'intéressant au monde sensible et est enrichie par la perception. La géométrie GI traite des objets « matériels », c'est-à-dire de toutes les traces graphiques et les maquettes d'objets de l'environnement. Le dessin a le statut de représentant d'objets physiques. En d'autres mots, le dessin[3] est appelé « figure » et cette dernière est tracée à l'échelle 1 avec les instruments de géométrie. Les techniques utilisées en GI s'appuient sur l'utilisation des instruments usuels de la géométrie (règle graduée, règle non graduée, équerre, compas, rapporteur), mais également sur le pliage, le découpage et le calque. Dans ce paradigme, l'accès aux connaissances se fait surtout grâce aux perceptions, à l'intuition, à l'expérience liée aux instruments de géométrie et à l'accumulation d'expériences. La validation se fait notamment par la confrontation à la réalité soit de manière perceptive (à vue d'œil) soit de manière instrumentée (utilisation d'un instrument). Le dessin est surtout perçu comme un « objet d'étude et de validation ». La mesure a donc un rôle déterminant dans GI, puisque le dessin (la figure) est le support du raisonnement et du travail. Cette géométrie privilégie l'évidence et la construction, car l'élève se base surtout sur ce qu'il voit et sur les figures construites (Houdement & Kuzniak, 2003; Braconne-Michoux, 2008).

1.3.3. Géométrie II : géométrie axiomatique naturelle (GII)

La géométrie GII est la « géométrie axiomatique naturelle ». Dans cette géométrie, l'élève tente de représenter les figures qu'on lui soumet à l'aide de dessins. Contrairement à la géométrie GI, le dessin n'est plus l'objet d'étude, il aide l'élève à structurer sa pensée et à soutenir son raisonnement. Ainsi, le dessin a un nouveau statut : il est « représentant des classes d'objets » et des objets théoriques. Les figures peuvent être représentées par des schémas faits à main levée qui sont codés. À partir de ces schémas codés, l'élève peut construire des dessins de figures à l'échelle 1. Les validations ne sont plus perceptives ou instrumentées, mais s'appuient sur des axiomes et des définitions. La géométrie axiomatique naturelle privilégie les propriétés et les démonstrations sous formes d'« îlots déductifs » (Kuzniak, 2010). En géométrie GII, l'intuition de l'élève est liée à la connaissance qu'il a des figures en tant qu'objets théoriques, il utilise le

[3] Voir la définition donnée au point 2.1 dans la problématique (p. 8).

raisonnement hypothéticodéductif et s'appuie localement sur les définitions et les théorèmes qu'il connaît sous le nom de « propriétés » pour valider ses réponses. Mais les définitions et les théorèmes ont des domaines de validité restreints. C'est pourquoi, au cours de la résolution d'un problème, l'élève peut faire usage de la règle, du compas ou de logiciels dynamiques pour valider ses réponses (Houdement & Kuzniak, 2003; Castella et al, 2006; Braconne-Michoux, 2008). Ce faisant, il bascule en GI.

Tableau II : Tableau synthèse des paradigmes G0, GI et GII

	Géométrie G0	**Géométrie naturelle GI**	**Géométrie axiomatique naturelle GII**
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures
Expérience	Liée à l'espace sensible, physique	Liée à l'espace mesurable	Schéma de la réalité
Déduction	Liée au réel	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Physique	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique
Statut du dessin	Représentation de l'objet physique (réel et/ou matériel)	Objet d'étude et de validation	Outil pour chercher, conjecturer
Aspect privilégié	Perceptif	Évidence et construction	Propriétés et démonstration
Validations	Perceptives	Perceptives	Déductives

Tableau inspiré de Houdement & Kuzniak (2003 p. 106) et de Parzysz (2001, p. 111)

Ainsi, pour résoudre un problème géométrique, un élève peut fonctionner dans l'un de ces trois paradigmes géométriques ou dans deux à la fois (Jore, 2006).

2. Les Espaces de Travail Géométrique (1)

2.1. L'utilisation des instruments selon Rabardel (1995)

2.1.1. Quelques précisions sur « instrument » et « artefact »

Rabardel (1995) définit un artefact comme étant tout objet matériel et/ou symbolique. Rabardel considère qu'un artefact devient un instrument lorsqu'un sujet lui associe des schèmes d'utilisation. Par exemple, un sujet pourrait prendre un objet lourd et l'utiliser pour enfoncer des clous (comme un marteau). Cet objet lourd devient alors un instrument. On parle de genèse instrumentale lorsqu'un sujet transforme un artefact en instrument. Sans artefact, il n'y donc pas d'instrument.

Par ailleurs, un même artefact aura des statuts instrumentaux différents en fonction des utilisations qui en sont faites par les sujets et des situations dans lesquelles l'artefact est utilisé.

2.1.2. Catachrèse

La catachrèse « désign[e] l'utilisation d'un outil à la place d'un autre ou l'utilisation d'outils pour des usages pour lesquels ils ne sont pas conçus » (Rabardel, 1995, p. 99) « La notion de catachrèse est un concept qui désigne l'écart entre le prévu et le réel dans l'utilisation des artefacts. » (Rabardel, 1995, p. 99)
Ainsi, il n'est pas rare qu'un sujet donne un autre sens d'utilisation à un artefact. Il l'utilise pour une autre fonction que celle pour laquelle il a été conçu. Par exemple, un élève peut utiliser le coin de sa règle graduée pour tracer des angles droits, même si cette utilisation n'était pas prévue lors de la conception de la règle.

2.1.3. Différence entre instrumentalisation et instrumentation

Un sujet peut transformer un artefact en instrument selon deux orientations : l'instrumentation et l'instrumentalisation.

L'instrumentation est l'orientation la plus connue. Elle est dirigée vers le sujet, car ce dernier va essayer de s'approprier les schèmes d'action qui sont liés à l'instrument. Il apprend à l'utiliser selon les normes d'usage. Par exemple, l'élève s'approprie l'utilisation de la règle graduée : il apprend à la tenir avec une main et à tracer des traits rectilignes avec son crayon dans l'autre main ou il l'utilise pour mesurer des longueurs.

L'instrumentalisation est plutôt dirigée vers l'artefact. Le sujet va adapter et mettre à sa main l'artefact pour lui donner une nouvelle fonction, temporairement ou durablement. Par exemple, un élève pourra prendre le bord d'un cahier pour tracer une droite ; l'élève donne alors une nouvelle fonction au cahier. Un élève pourra également prendre le coin de sa règle pour tracer des angles droits : il lui donne une nouvelle fonction soit celle d'équerre.

2.2. Définition d'un Espace de Travail Géométrique

S'appuyant sur plusieurs recherches en didactique, Houdement (2007) reprend l'idée selon laquelle toute personne en résolution de problème de géométrie fait des allers-retours constants entre les géométries GI et GII, ou GI – GIII, etc. Pour faire une démonstration, un élève ne peut pas seulement s'appuyer sur les définitions et les propriétés de la situation géométrique (en GII par exemple) ; par exemple, pour valider une démonstration élaborée en GII, un élève peut en avoir élaboré les prémisses à partir d'un dessin représentant la figure tracée à l'échelle 1, donc en GI. La géométrie GI et la géométrie GII sont complémentaires et il est difficile de les séparer ; l'une peut servir d'heuristique à l'autre. Une telle remarque a amené Houdement (2007) à concevoir un espace de travail dans lequel un individu se place pour résoudre des problèmes géométriques : l'Espace de Travail Géométrique (ETG). L'Espace de Travail Géométrique (ETG) est un environnement organisé, un espace de pensée dans lequel des individus résolvent des problèmes géométriques. Les individus peuvent être des élèves ou des experts mathématiciens. Les problèmes géométriques ne font pas partie de l'espace de travail, mais sont les raisons pour lesquelles les ETG se mettent en place.

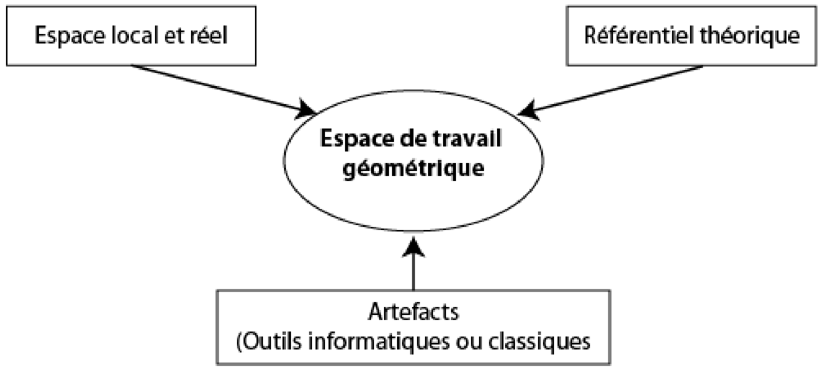


Figure 13 : L'ETG (Houdement & Kuzniak, 2006, p. 185)

Nous désignerons sous le terme d'espace de travail géométrique (ETG), l'environnement organisé par et pour le géomètre de façon à articuler, les trois composantes suivantes :

- un ensemble d'objets, éventuellement matérialisés dans un espace réel et local;
- un ensemble d'artefacts qui seront les outils et instruments mis au service du géomètre, et enfin;
- un référentiel théorique éventuellement organisé en un modèle théorique.

Ces trois composantes sont organisées en fonction du paradigme dans lequel on se place.

2.3. Les composantes des ETG

Les objets sont un élément important de l'ETG. En GI, les objets d'étude sont les dessins ou les maquettes qui représentent les objets géométriques (Houdement-Kuzniak, 2006, p. 186). Les dessins sont tracés à l'aide des instruments, le plus souvent à l'échelle 1, et sont considérés comme des figures par les élèves. Le sujet, qu'il soit élève, enseignant ou expert, agit sur ces objets. En GII, les objets à l'étude sont les situations géométriques représentées le plus souvent par un schéma codé.

Les artefacts, au sens de Rabardel (1995), sont les outils et les instruments qui peuvent être utilisés en géométrie pour résoudre un problème. Houdement et Kuzniak considèrent que les artefacts « sont une composante déterminante de l'espace de travail puisqu'ils en constituent la face la plus visible et la plus prégnante pour l'élève » (Houdement & Kuzniak, 2006, p. 186). Les artefacts peuvent être des instruments géométriques usuels comme la règle graduée ou non, l'équerre, le compas. Ils peuvent aussi être des gabarits, des pliages et des calques. De même, les artefacts peuvent être de type informatique. On remarque que les usages qui sont faits des instruments et le choix des artefacts dépendent du paradigme dans lequel l'individu travaille. Ainsi, un artefact peut avoir des fonctions différentes en GI et en GII. En GI, les élèves utilisent les instruments usuels pour mesurer et valider leurs hypothèses de manière instrumentée.

Le référentiel théorique est le référentiel de connaissances et de savoirs de l'élève. Les éléments du référentiel théorique et l'usage qu'en fera l'élève précisent le paradigme dans lequel travaille l'élève : c'est le modèle théorique. Pour résoudre un problème de géométrie, l'élève doit établir un rapport entre les objets empiriques et théoriques. Il doit faire des liens entre les objets, les artefacts et le référentiel théorique.

2.4. Les différents types d'ETG

Houdement & Kuzniak (2006), Houdement (2007) et Kuzniak (2011) identifient plusieurs Espaces de Travail Géométrique : l'ETG de référence, l'ETG idoine et l'ETG personnel.

L'ETG de référence est celui de l'expert. « Cet espace de travail est défini de manière idéale en fonction de seuls critères mathématiques. » (Houdement & Kuzniak, 2006, p. 16). L'ETG de référence est un espace de travail organisé par la communauté des mathématiciens.

L'ETG idoine, aussi appelé institutionnel, est l'ETG de fonctionnement dans la classe. C'est un espace de travail organisé par l'institution scolaire pour engager l'élève dans la résolution d'un problème géométrique. Il est construit et conçu par un expert, l'enseignant, pour que ses élèves atteignent un objectif fixé. On pourrait dire que si, à une situation donnée, les élèves répondent comme l'avait envisagé l'enseignant, on pourra dire que ceux-ci ont fonctionné dans l'ETG idoine.

L'ETG personnel est celui de l'apprenti. En effet, lorsqu'un problème est posé à un élève, ce dernier va travailler dans son ETG personnel. Il va fonctionner dans son propre espace de travail : ses composantes vont interagir, peut-être différemment de celles de l'expert. Il travaille donc dans cet ETG en utilisant ses connaissances mathématiques et ses capacités cognitives. Dans les conditions idéales d'enseignement, les ETG personnels des élèves et l'ETG idoine défini par l'enseignant sont très proches.

2.5. Dans quel Espace de Travail Géométrique devraient travailler les élèves du 2e cycle du primaire ?

Selon les différents types d'ETG, il faudrait rapprocher les ETG personnels des élèves et l'ETG idoine du 2e cycle. Pour ce faire, d'après la revue de littérature, l'enseignant devrait proposer aux élèves des activités, comme des activités de reproduction ou de construction de figures, où ils utilisent les artefacts en tant qu'instruments pertinents au développement de leur référentiel théorique. Cela permettrait aux élèves d'utiliser des instruments de géométrie (usuels ou non usuels), comme la règle, l'équerre ou différents supports papier, pour valider la situation. L'enseignant aurait intérêt à proposer des situations ou des problèmes où les élèves doivent interagir avec les artefacts, les objets à l'étude (dessins de quadrilatères, de triangles, de cercles, etc.) et le référentiel théorique (liste des propriétés des figures) pour qu'ils travaillent dans un ETG idoine. Les tâches proposées permettraient aux élèves deuxième cycle de faire le passage de G0 à GI soit de la « matérialité des objets en jeu (bois, carton, paille...) » (Parzysz, 2001, p. 111) aux objets représentés graphiquement ou matérialisés par des maquettes.

3. Les Espaces de Travail Géométrique (2)

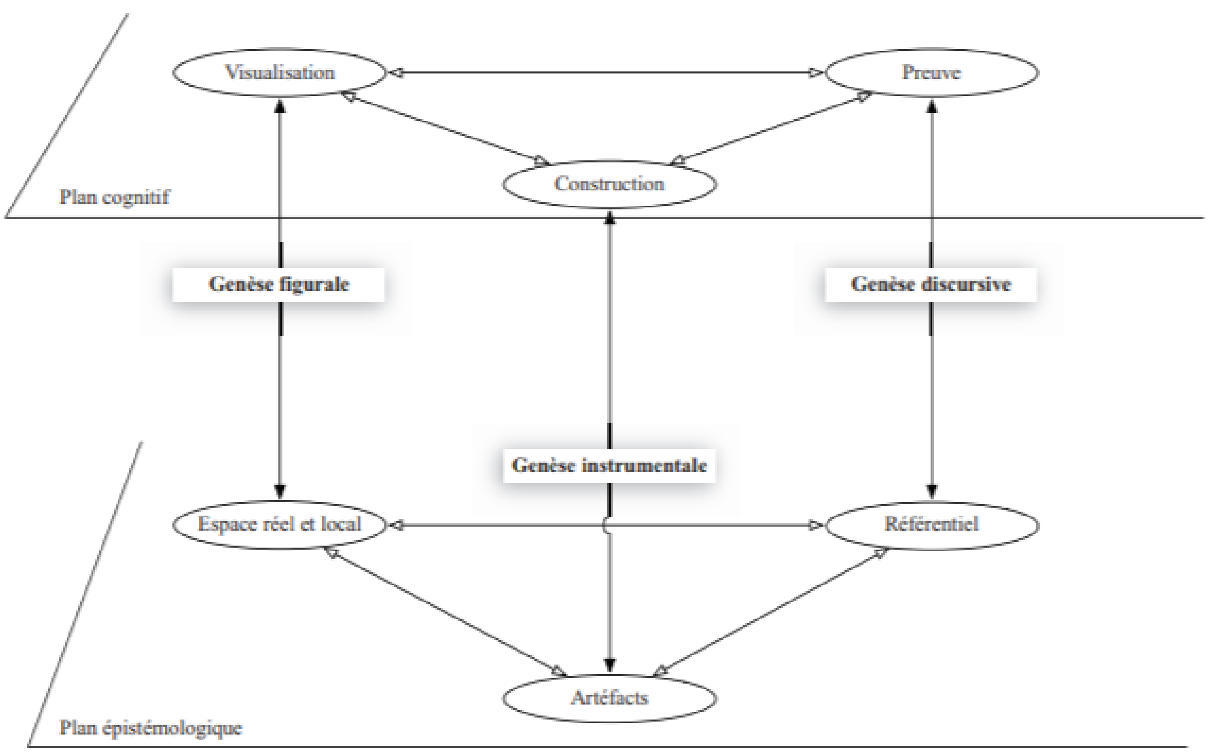


Figure 14 : Les différents plans d'un ETG

En 2011, Kuzniak reprend le modèle d'ETG développé par Houdement & Kuzniak (2006) et Houdement (2007) avec les mêmes trois composantes : objet, artefact et référentiel théorique en y ajoutant deux plans pour décrire les processus cognitifs qui entrent en jeu dans le travail à l'intérieur d'un Espace de Travail Géométrique. Nous décrivons ci-dessous les nouveaux éléments de l'ETG de Kuzniak (2011).

3.1. Le plan épistémologique et le plan cognitif

Les ETG s'organisent sur deux plans : le plan épistémologique qui est une dimension purement mathématique avec ses composantes qui sont celles de l'ETG précédemment défini et le plan cognitif qui permet de comprendre comment s'articulent cognitivement les composantes.

Kuzniak (2011) s'inspire des travaux de Gonseth (1945-1955) et de Duval (1995) pour décrire une relation entre le plan cognitif et le plan épistémologique.
Au plan épistémologique, Kuzniak identifie trois composantes de l'activité géométrique :
« - un espace réel et local comme support matériel avec un ensemble d'objets concrets et tangibles;
- un ensemble d'artefacts tels que des instruments de dessin ou des logiciels;
- un système théorique de référence basé sur des définitions et des propriétés. » (Kuzniak, 2011, p. 13).
Au plan cognitif, Kuzniak identifie « trois processus […] impliqués dans l'activité géométrique :
- un processus de visualisation en relation avec la représentation de l'espace et le support matériel;
- un processus de construction déterminé par les instruments utilisés (règles, compas, *etc.*) et les configurations géométriques;
- un processus discursif qui produit des argumentations et des preuves. » (Kuzniak, 2011, p. 14).

Quand le sujet passe du plan épistémologique au plan cognitif, il s'appuie sur son intuition, son expérience et la déduction. Ainsi, grâce à son intuition, il pourra visualiser l'espace réel, grâce à son expérience, il pourra construire à l'aide des artefacts et, grâce à sa déduction, il pourra faire des preuves à partir du modèle théorique.

3.2. Les processus de développement de l'ETG personnel (genèses)

Pour résoudre un problème géométrique, un élève va mettre en place progressivement un ETG personnel.

Pour que l'ETG fonctionne correctement, un ensemble de genèses et de processus cognitifs vont être mis en jeu.

> L'appropriation du travail géométrique se fait graduellement et passe par la mise en place progressive d'un ETG. La genèse globale de l'ETG suppose un ensemble de genèses qui ne sont pas indépendantes et sont en relation avec les composantes de l'espace de travail géométrique ou certains des processus cognitifs indispensables à son fonctionnement. L'activation et le contrôle de ces genèses peut être conçu au niveau des enseignants (niveau idoine) ou en amont (niveau de référence). Nous allons examiner des entrées possibles dans le travail géométrique en précisant à chaque fois les genèses qu'elles mettent en jeu (Kuzniak, 2011, p. 16).

Nous détaillons les genèses ci-dessous.

3.2.1. La genèse figurale : une entrée perceptive ou la visualisation

La géométrie enseignée à l'école obligatoire utilise surtout des figures illustrées à l'aide de supports visuels (dessins, logiciel). Ainsi, Kuzniak introduit « la genèse figurale dans le cadre des ETG pour décrire le processus sémiotique qui est associé à la pensée visuelle et qui s'opère en géométrie » (Kuzniak, 2011, p. 16). Dans cette genèse, l'élève donne du sens à ce qu'il voit : le dessin devient une figure. Cette genèse est mise en œuvre dans les activités les plus courantes que nous avons rencontrées dans les manuels où l'élève doit identifier, reconnaitre ou décrire des figures simples.

3.2.2. La genèse instrumentale : une entrée expérimentale et la place des instruments

« La genèse instrumentale repose sur des outils dont l'usage n'est pas transparent et immédiat. Il nécessite un certain nombre de processus qui ont pu être décrits dans l'approche instrumentale (Artigue, 2002) » (Kuzniak, 2011, p. 17). Selon le paradigme dans lequel fonctionne l'élève, les instruments de géométrie qu'il utilise peuvent servir à vérifier ou à illustrer des propriétés. En particulier si l'élève travaille en GII ou si la construction demandée lui semble complexe, l'élève ne peut plus seulement se fier à ce qu'il voit dans l'espace réel, il doit agir sur les objets et vérifier à l'aide des artefacts qui sont mis à sa disposition. Notre analyse de manuel nous amène à constater que la genèse instrumentale est rarement sollicitée dans les activités analysées.

3.2.3. La genèse discursive du raisonnement : une entrée probatoire ou la question de l'inférence et du langage.

Pour faire une preuve, l'élève doit argumenter et présenter un discours d'explicitation pour convaincre autrui. L'élève doit montrer avec des mots (ou tout autre mode de communication) qu'il a compris la logique qui est derrière une preuve. « L'articulation entre visualisation et raisonnement suppose la création d'espaces de travail géométrique où le raisonnement s'appuie de manière explicite sur des diagrammes en une sorte de raisonnement diagrammatique où image et discours s'appuieraient l'un sur l'autre (Miller, 2007). » (Kuzniak, 2011, p. 18). Là encore, mais c'est moins étonnant, rares sont les activités proposées dans les manuels de l'école primaire où l'élève doit justifier une réponse en s'appuyant sur un référentiel théorique dans un contexte de preuve formelle.

4. Les fondements des Espaces de Travail Mathématique

Les Espaces de Travail Mathématique (ETM) sont issus des ETG : ils ont été créés dans le but de développer des espaces de travail pour tous les domaines mathématiques. Les ETM sont des espaces de travail pour un domaine mathématique déterminé. Grâce à eux, il est possible de développer des espaces de travail spécifiques. Comme pour les ETG, il y a différents types d'ETM : l'ETM référent, l'ETM idoine et l'ETM personnel.

4.1. Les plans épistémologique et cognitif

Comme les ETG (Kuzniak, 2011), les ETM s'articulent sur deux plans grâce à différentes genèses : l'un de nature épistémologique et l'autre de nature cognitive.

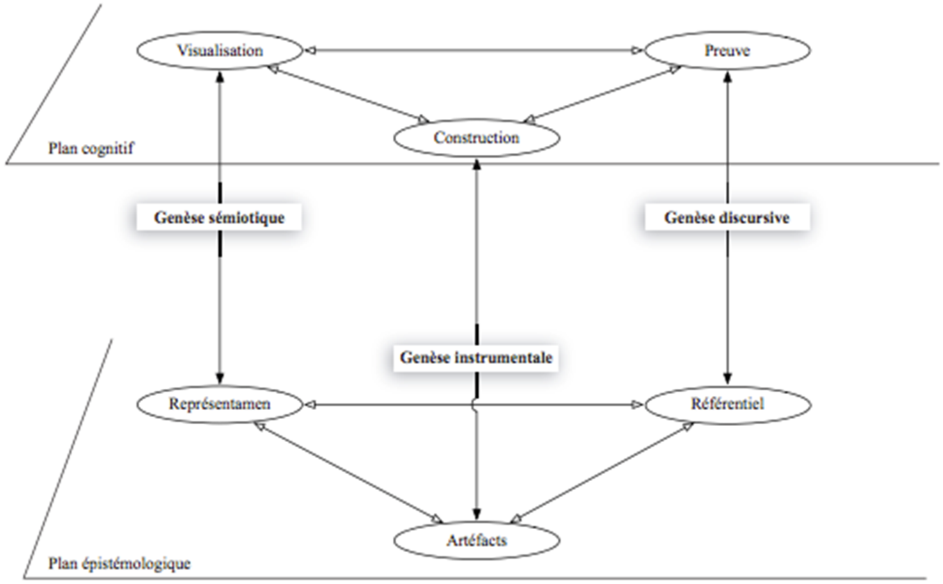


Figure 15 : L'ETM et ses genèses. (Kuzniak, Richard, 2014, p. 3)

4.1.1. Le plan épistémologique et ses composantes

Comme l'ETG (Kuzniak, 2011), l'ETM est composé des artefacts et du référentiel théorique. Cependant, on ne peut parler de la composante liée à l'espace et aux configurations géométriques, car elle ne peut être associée à tous les domaines mathématiques. Kuzniak (2011) introduit la notion de signe ou *representamen* au sens de Peirce pour étendre cette composante aux autres domaines mathématiques.

> [L]e signe ou le representamen est une « chose » qui en représente une autre que ce soit son objet ou peut-être aussi lui-même. Suivant le domaine mathématique concerné, les signes pourront être des dessins géométriques, des symboles algébriques ou des graphiques, […] ou des photos […]. À la différence des signes de structure dyadique que ne retiennent que la relation de référence entre le signifiant et l'objet représenté, l'idée d'un signe qui est aussi sa propre représentation invite à revisiter le processus sémiotique lorsque le travail mathématique est en jeu. Ceci est notamment visible lorsqu'un dessin géométrique, qui est lui-même une forme, est à la fois representamen et modèle de représentation (Coutat, Laborde et Richard, 2013) (Kuzniak, Richard, 2014, p. 2).

Ainsi, en géométrie plane, le *representamen* pourrait être un dessin géométrique, un programme de construction, une description de figures, des maquettes, des photos, qui représentent un objet géométrique (figure), etc.

4.1.2. Le plan des processus cognitifs

À propos du plan cognitif de l'ETM, Kuzniak (2011) décrit trois processus :

- un processus de visualisation;
- un processus de construction;
- un processus discursif.

De fait, Kuzniak (2011) conserve les notions de preuve et de construction des ETG. Pour ce qui est du processus de visualisation, il le redéfinit pour le situer dans les ETM. La visualisation est associée à des schèmes et des opérations d'usage sur les signes. Elle est liée à l'intuition et aux schèmes opératoires sur les représentations et les signes.

4.2. Les genèses dans les ETM et plans verticaux

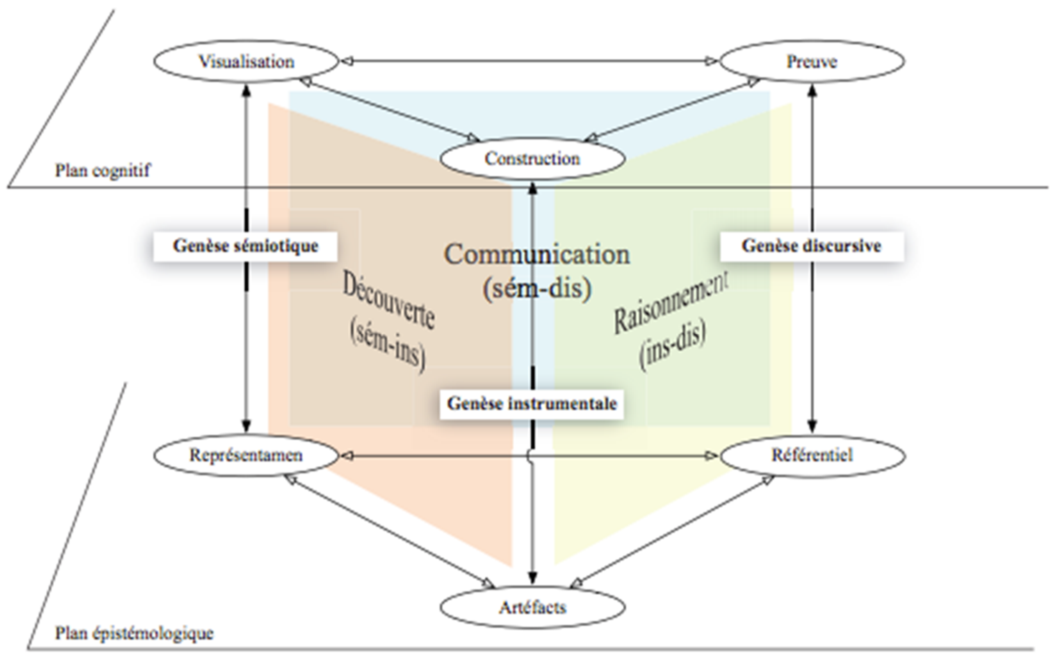


Figure 16 : Les genèses et les plans verticaux dans l'ETM (Kuzniak, Richard, 2014, p. 4)

4.2.1. Un ensemble de genèses

Tel que décrit par Kuzniak (2011), l'articulation entre les plans épistémologique et cognitif se fait par un ensemble de genèses interdépendantes.

- La genèse instrumentale qui permet de mettre en œuvre les artefacts dans le processus de construction;

- La genèse sémiotique permet d'assurer « aux objets tangibles de l'ETM leur statut d'objets mathématiques opératoires » (Kuzniak, 2011, p. 21) « Cette genèse sémiotique assure ainsi la mise en relation entre syntaxe, sémantique, fonction et structure des signes véhiculés » (Kuzniak, Richard, 2014, p. 4);
- La genèse discursive qui permet de donner un sens aux propriétés pour les utiliser lors de raisonnement mathématique dans un processus de preuve. Selon le domaine mathématique ou le paradigme de preuve, la genèse discursive peut être exprimée sous d'autres formes que le discours, comme la démarche de résolution d'une équation.

Aussi, corrélativement, nous ne pouvons associer tout discours à la genèse discursive, puisque tout discours n'est pas nécessairement un discours de preuve. À titre d'exemple, on peut considérer que les termes « je prends mon équerre » est un observable, une expression ou une trace écrite de genèse instrumentale. Nous considérerons comme une manifestation observable de l'activation de la genèse sémiotique, tout discours lié à la description d'une figure de géométrie, que ce discours soit pertinent, adapté ou pas, et sans autre intention que de mettre en mots la visualisation de la situation proposée à l'élève, en dehors de tout processus de preuve.

4.2.2. Les plans verticaux

Les trois genèses sont étroitement liées. Des plans verticaux vont être introduits afin de mettre en évidence les interactions qui existent dans les différentes phases du travail mathématique. On définit alors trois plans verticaux dans la conception d'un espace de travail mathématique : sémiotique-instrumental [SEM-INS], instrumental-discursif [INS-DIS] et sémiotique-discursif (SEM-DIS) (voir figure).

> Un premier type d'interactions (Sem-Ins) privilégie l'identification et l'exploration des objets en s'appuyant sur les genèses sémiotique et instrumentale pour développer une compétence liée à la découverte de la solution de problèmes mathématiques. Un second type d'interactions (Ins-Dis) développe le raisonnement mathématique fondé sur la justification des découvertes en articulant les genèses instrumentale et discursive. Enfin, un dernier type (Sem-Dis) est orienté vers la communication mathématique des résultats et il s'appuiera essentiellement sur les genèses sémiotique et discursive. La définition exacte de ces plans d'interactions et la description de leurs interrelations dépend du domaine mathématique spécifique étudié. (Kuzniak, Richard, 2014, p. 4).

4.2.3. Synthèse

Les ETM sont des modèles dynamiques du travail d'un élève dans lesquels il est possible d'identifier des articulations des trois genèses, sémiotique, discursif et instrumental, à l'intérieur d'un modèle ou entre deux ETM. Les ETM sont des outils d'analyse, a priori et a posteriori, d'interprétation et de descriptions de tâches (Tanguay, Kuzniak, Gagatsis, 2014). Ils sont donc de bons outils pour analyser toutes les interdépendances qu'il y a entre les trois genèses (discursive, instrumentale et sémiotique) et les trois plans verticaux.

4.3. Quel lien peut-on établir entre les ETM$_G$ et la reproduction de figure à l'école primaire ?

Dans le cadre de notre recherche, nous nous intéressons plus particulièrement aux liens qui existent entre la reconnaissance, la description et la reproduction de figures. Pour reconnaître et décrire une figure, l'élève utilise la genèse figurale (sémiotique) : il se donne une visualisation de la figure, mais il peut également utiliser des instruments de géométrie pour vérifier les propriétés de la figure. Il peut donc avoir recours à la genèse instrumentale. Pour produire ou construire une figure, l'élève, après s'être fait une image mentale de la figure, (genèse figurale/sémiotique), prend les artefacts dont il a besoin et fait une construction grâce à la genèse instrumentale. Ainsi, en termes d'ETG, on remarque qu'il y a une forte relation qui s'opère entre la genèse figurale (sémiotique) et la genèse instrumentale. Les instruments de géométrie permettent d'illustrer et de vérifier des propriétés des objets géométriques. La genèse instrumentale vient confronter le processus de visualisation : l'élève ne peut pas seulement se fier à sa perception et à son intuition pour résoudre des problèmes géométriques. On parle donc d'un plan sémiotique-instrumental [SEM-INS].

> Ce plan met en évidence la manière dont les signes et les outils interagissent dans la phase de découverte et d'exploration. Ce plan est orienté selon deux sens : de la gauche vers la droite, privilégiant la construction des objets et respectant certaines conditions imposées par les signes mathématiques, et le sens inverse qui lui fait appel à l'exploitation visuelle et sémiotique des données (Nechache, A., 2014, p. 55).

Les interactions qui existent entre le *representamen* (qui représente l'objet géométrique), les artefacts, la visualisation (représentation mentale de la figure) et la construction (production ou reproduction de figures) s'insèrent dans le plan vertical [SEM-INS]. Nous nous intéressons donc à l'articulation des genèses dans le plan sémiotique-instrumental [SEM-INS], afin de déterminer comment il est possible d'organiser une tâche pour qu'elle soit source d'apprentissage pour les élèves.

5. Les changements de regards sur les figures

Selon Duval et Godin (2005), le rapport aux figures est un point d'entrée de la géométrie. Pour ces chercheurs, l'analyse des figures va à l'encontre des processus intuitifs et spontanés d'identification des figures chez les élèves qui ont surtout tendance à percevoir et à interpréter les figures comme des formes en deux dimensions (2D). Ils ont donc beaucoup de difficultés à décomposer les figures en un réseau de formes en une dimension (1D). En d'autres mots, ils conçoivent les figures géométriques comme des surfaces et ont donc de la difficulté à faire un passage aux lignes ou aux points. Or, il est important que les élèves perçoivent les figures en termes de 1D, car construire des figures se fait en traçant des points et des lignes et non en apposant des surfaces. L'introduction des propriétés et des connaissances géométriques va donc à l'encontre du processus naturel des élèves, car ses dernières se traduisent en termes de 1D. À titre d'exemple, on peut décrire une figure en décrivant les relations entre des droites (parallèles, perpendiculaires), en donnant des longueurs de segments données, etc. Duval et Godin proposent alors des moyens qui peuvent être mis en place pour que les élèves aient un changement de regards sur les figures et qu'ils passent du 2D au 1D plus facilement.

5.1. L'analyse d'une figure

Duval et Godin (2005) proposent trois voies différentes pour analyser une figure : la perception, la connaissance des propriétés géométriques et l'analyse instrumentale. Nous les décrivons ci-dessous.

5.1.1. La perception

Une figure géométrique peut être perçue de deux façons différentes : selon un assemblage (de formes ou de figures) par juxtaposition ou un assemblage (de formes ou de figures) par superposition. Duval et Godin parlent d'ambivalence. Les formes en deux dimensions sont l'équivalence de contours fermés. On parle d'assemblage par juxtaposition lorsqu'il y a autant de formes que de contours fermés, comme sur la figure en forme de bonhomme (Figure 17), et d’assemblage par superposition lorsqu’il y a moins de formes que de contours fermés, comme le carré qui est superposé au rectangle ci-dessous.

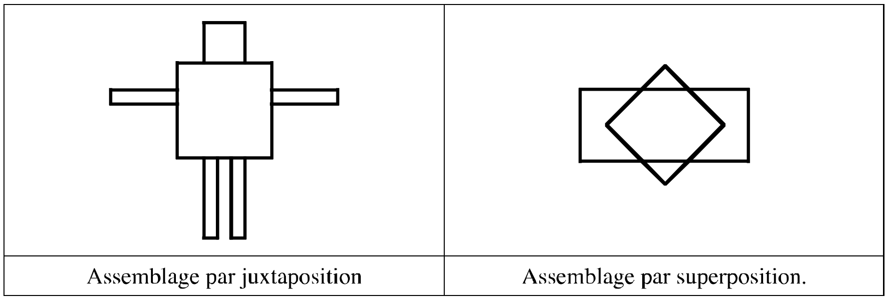


Figure 17 : Les assemblages de formes ou de figures, (Duval, Godin, 2005, p. 9)

Duval et Godin considèrent que cette distinction est d'un intérêt didactique pour le choix de figures sur lesquelles les élèves travailleront. Les assemblages par superposition amènent l'élève à prolonger visuellement les tracés qu'il reconnait comme appartenant à une forme. Cette activité de prolongement de tracés amène les élèves à passer des surfaces aux lignes. Il est plus difficile d'avoir un changement de regard avec les assemblages par juxtaposition. Souvent les activités graphiques sont insuffisantes et il faut que l'élève puisse avoir recours à du coloriage ou à des manipulations physiques de gabarits pour être en mesure de retrouver la superposition dans la juxtaposition.

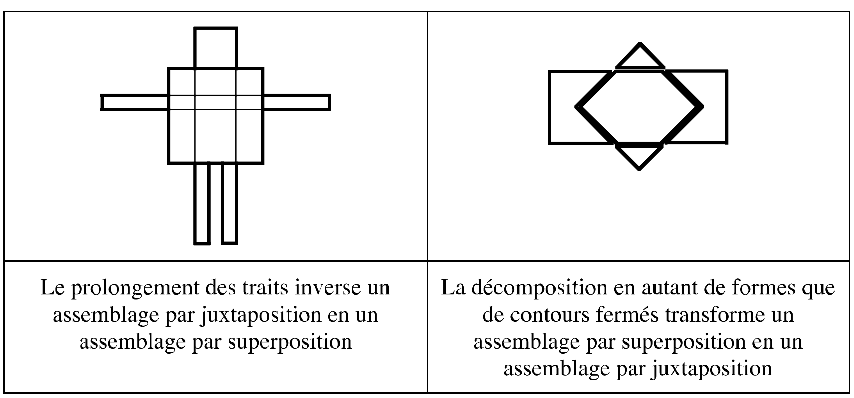


Figure 18 : Inversion du type d’assemblage sur les figures, (Duval & Godin, 2005, p. 10)

Dans les deux cas, le regard ne perçoit que des formes 2D, soit des surfaces plutôt que des formes 1D qui sont « les bords ou les séparations avec des points d'arrêts des formes 2D » (Duval & Godin, 2005, p. 10). L'enseignant doit s'assurer que ses élèves font un passage d'assemblages de surfaces à un assemblage de lignes quand ils analysent les figures géométriques dans le but de les reproduire.

5.1.2. La connaissance des propriétés géométriques

L'entrée dans la géométrie par la connaissance des propriétés géométriques est difficile pour les élèves, car elle implique que les connaissances géométriques, les propriétés et les informations données et codées sur une figure l'emportent sur ce que l'élève perçoit à l'œil nu. À titre d'exemple, même si une figure a l'air d'un quadrilatère quelconque, si les codes sur la figure indiquent qu'elle a un angle droit et que ces côtés sont isométriques, la figure sera un carré.

Les propriétés géométriques l'emportent sur les évidences visuelles, ce qui est contre-intuitif à l'élève. Ainsi, quand l'élève passe de GI à GII, il ne se fie plus à ce qu'il voit, mais plutôt à ce qu'il sait de la figure. En termes d'ETG, la genèse figurale lui permet de mettre en relation l'objet géométrique et le support matériel (c.f., point 6 p. 52).

L'élève doit donc réorganiser sa perception des formes 2D en un ensemble d'unités visuelles 1D. En effet, les propriétés géométriques portent surtout sur des unités 1D et leurs relations entre elles (côté, sommet, droite, angle, etc.). Les élèves doivent donc déconstruire les représentations visuelles en les articulant avec les propriétés géométriques.

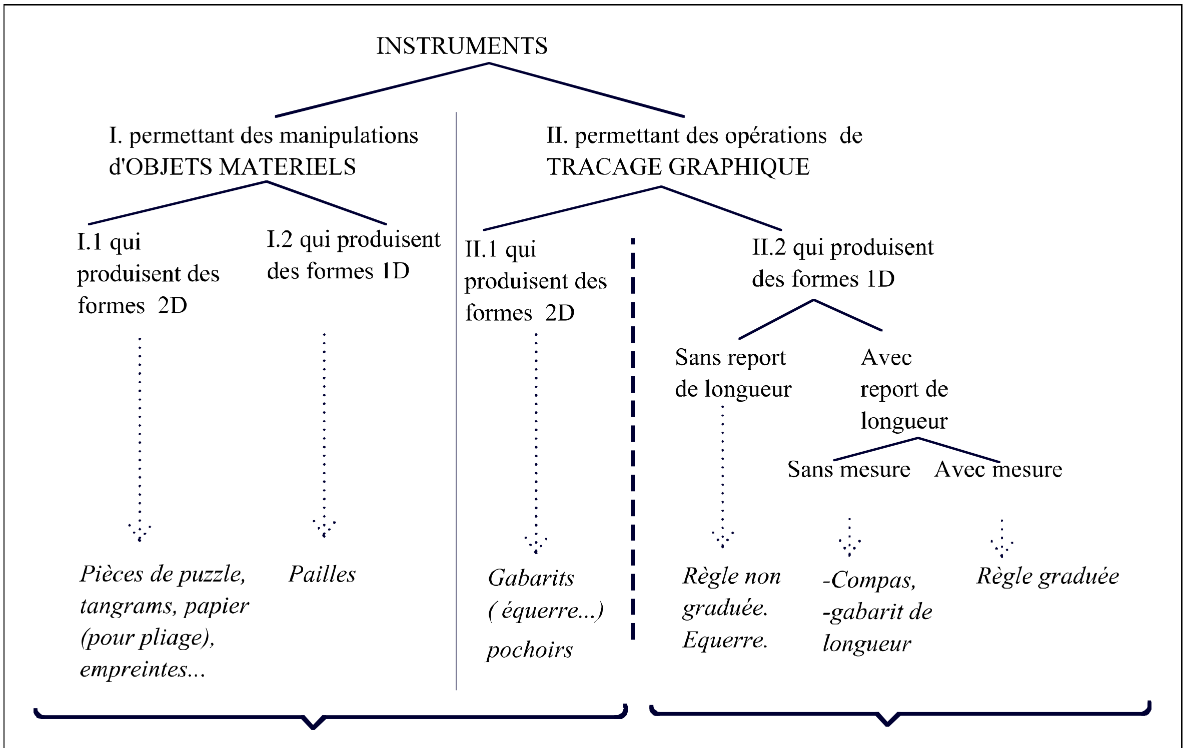
5.1.3. L'analyse instrumentale

Les auteurs distinguent plusieurs types d'instruments. La Figure 19, à la page suivante, permet de classifier ces instruments.

Il y a donc principalement deux types d'instruments : ceux qui permettent la manipulation d'objets matériels et ceux qui permettent des opérations de traçage graphique. Tous deux peuvent produire des formes en deux dimensions ou en une dimension.

Il y a une grande différence entre les instruments qui permettent de manipuler des objets matériels et ceux qui permettent de tracer. Passer de l'un à l'autre constitue un saut cognitif important pour les élèves. De fait, les premiers s'articulent en fonction des gestes du corps et de sa direction et les seconds en fonction des gestes techniques déterminés par un instrument.
Les instruments ne jouent pas le même rôle : tout dépendant de la façon dont ils sont utilisés, ils imposent des contraintes à l'élève et l'amènent à explorer différemment une situation

géométrique. Dans un ETG, la genèse instrumentale est déterminée par les instruments utilisés et les configurations géométriques. Le choix des artefacts aura un impact sur la construction réalisée.



Instruments de manipulation libre car leur utilisation en 3D répond d'abord a des contraintes perceptives et permet le passage de 2D à 1D.	Instruments exigeant une manipulation « fine » car leur utilisation est liée a des contraintes impliquant le passage de 0D à 1D.

Figure 19 : Classification des instruments de construction de formes, (Duval & Godin, 2005, p. 12)

5.2. Le rôle des instruments de géométrie

Duval et Godin considèrent que l'analyse instrumentale permet d'inverser la prédominance du perceptif sur l'analyse des figures. En jouant sur les choix des instruments de géométrie et le choix de la figure en situation de reproduction de figure, il est possible de faire changer le regard que portent les élèves sur cette dernière. En effet, les différentes valeurs de ces variables didactiques amèneront l'élève à analyser différemment une figure ou un assemblage et il pourra passer du 2D au 1D.

En termes d'ETG, la genèse figurale (sémiotique) et la genèse instrumentale sont très liées. En situation de reproduction de figure le travail de l'élève se situe dans le plan sémiotique-instrumental [SEM-INS]. L'élève résout des problèmes géométriques en n'utilisant pas seulement sa perception : il utilise des instruments de géométrie pour illustrer ou vérifier les propriétés des objets géométriques. Les instruments permettent à l'élève d'aller valider ses intuitions, à titre d'exemple il pourrait vérifier la mesure d'un angle droit avec son équerre, mesurer la longueur de côté, etc. (Nechache, 2014).

Duval et Godin nomment quatre critères qui pourraient conduire les élèves à changer progressivement leur regard de 2D à 1D lorsqu'ils reproduisent des figures.

- Les figures ne doivent pas être des figures usuelles: elles doivent être des assemblages de formes soit par juxtaposition soit par superposition;
- Les assemblages de formes doivent respecter des alignements: pour passer des surfaces aux lignes, il faut être en mesure de prolonger les tracés;
- Le choix d'une figure ne peut pas être séparé du type d'instrument qui lui est associé dans l'activité;
- Il faut être capable de contrôler la réussite d'une reproduction en superposant la reproduction à la figure modèle à l'aide d'un calque pour que l'activité ait du sens pour les élèves.

Or, comme le mentionnent les auteurs,

> [c]e n'est donc pas à partir d'un travail sur des figures représentant des objets géométriques simples (droite, carré, triangle) que les élèves peuvent entrer dans le jeu de visualisation mathématique. Or, presque toujours, ce qu'on présente aux élèves entre 5 et 11 ans reste dans le cadre de l'identification de telles figures, ce qui ramène les apprentissages à l'acquisition d'un vocabulaire (Duval & Godin, 2005, p. 14).

Duval et Godin mentionnent que les élèves du cycle 1 tracent surtout des figures à partir d'un gabarit ou d'un pochoir et qu'au cycle 2 les élèves apprennent à tracer des figures à l'aide des instruments conventionnels. Or, les élèves ne sont sensibles aux contraintes géométriques que s'ils sont capables de déconstruire visuellement les formes 2D en 1D. Cependant, cette déconstruction est très complexe d'un point de vue cognitif et elle ne peut pas être acquise seulement avec l'utilisation d'instruments qui produisent des formes 1D. C'est la combinaison de plusieurs instruments différents qui permettra aux élèves de déconstruire des formes 2D en 1D.

> En effet, les connaissances géométriques présupposent une articulation entre la visualisation et le langage, que celui-ci soit utilisé à des fins de description, de distinction (sous-jacentes à tout vocabulaire) ou de justification, qu'on ne trouve qu'en géométrie et nullement dans les autres domaines de connaissance (Duval & Godin, 2005, p. 22).

En termes d'ETM, on parlera d'articulation dans les différents plans, (ici le plan [SEM-INS]), la genèse instrumentale et la genèse figurale vont de pair : les instruments et les signes de la figure permettent à l'individu d'en extraire les propriétés et de faire une construction de la figure.

L'organisation des activités doit donc suivre une progression sur les instruments à utiliser pour reproduire des figures (du plus simple au plus complexe). L'élève doit être capable d'utiliser les instruments comme le pochoir avant d'être capable d'utiliser la règle et l'équerre. De plus, il faut également combiner l'usage des instruments avec un choix approprié de figures tout en déterminant les conditions dans lesquelles se déroulera une tâche de reproduction.

5.3. Les types de tâches pour faire changer le regard sur les figures de 2D à 1D

5.3.1. Le choix des figures

Les figures choisies devraient pouvoir être vues comme un assemblage de formes par juxtaposition ou comme un assemblage par superposition. Les figures choisies devraient obliger les élèves à prolonger des lignes ou à en construire de nouvelles pour réussir la reproduction. Il est également possible de proposer des tâches de restauration aux élèves: une reproduction peut déjà être commencée et cela amènera l'élève à poursuivre la reproduction en fonction des algorithmes de reproduction qui ont été imposés.

5.3.2. Motiver les élèves lors des tâches de reproduction ou de restauration

Afin que les élèves entrent dans la déconstruction dimensionnelle des formes, il faut qu'ils prennent conscience des possibilités et des contraintes liées à chaque instrument utilisé. Pour ce faire, il est possible de laisser à la disposition des élèves toutes sortes d'instruments. Cependant, l'utilisation d'un instrument est associée à un coût : le but est de les amener à réaliser les reproductions au moindre coût possible. Le jeu du malus devient donc une option intéressante pour motiver les élèves à utiliser un instrument plutôt qu'un autre, ce qui les amènera à changer de regards sur une figure.

6. Les différents supports de travail géométrique

Braconne-Michoux (2014b) a étudié les constructions de deux droites perpendiculaires et d'un triangle équilatéral sur différents supports papiers. Ces derniers sont le papier quadrillé (carrés de 1 cm de côté), le papier pointé triangulé (la distance entre deux points sommets d'un triangle équilatéral est de 1 cm), le papier blanc avec la règle et le compas et le papier blanc par pliages (sans faire référence aux bords de la feuille). L'auteure a mis de l'avant que les démarches utilisées pour réaliser les constructions et les propriétés géométriques liées aux figures varient en fonction des supports. Dans le cadre de notre recherche, nous expliciterons uniquement ce qui a trait aux papiers quadrillé et pointé triangulé.

Braconne-Michoux a montré que les papiers quadrillé et pointé peuvent être considérés comme des instruments de géométrie à part entière. Sur du papier quadrillé, on utilise les propriétés du repère cartésien du plan, ce qui permet de faire une construction sans instruments « usuels ». Pour le papier pointé triangulé, on utilise plutôt les propriétés du triangle équilatéral et de ses axes de symétrie. Les constructions faites sur ces supports peuvent être validées par la perception (à l'œil nu) ou par la mesure ou l'utilisation d'un instrument (par exemple, vérifier la présence d'un angle droit avec l'équerre).

Nous voyons donc que les supports papier sont des artefacts qui peuvent être utilisés comme des instruments de géométrie. En nous reportant au diagramme (Figure 19) de Duval et Godin (2005) sur l'utilisation des instruments de géométrie, nous pourrions inclure les papiers quadrillé et triangulé comme autant d'instruments de géométrie. Le papier quadrillé et le papier pointé triangulé sont des instruments permettant des opérations de traçage graphique qui produisent des formes 1D avec report de longueur. Cependant, il est important de mentionner que toute figure ne peut être construite sur ces supports. Il faut donc choisir judicieusement les supports utilisés en fonction des figures à construire.

7. Synthèse

Lorsqu'un élève du 2e cycle reconnait, décrit et reproduit une figure géométrique, nous pouvons interpréter ces démarches comme le témoignage d'un fonctionnement dans les paradigmes géométriques G0 ou GI. En effet, pour analyser une figure géométrique (dans le but de l'identifier, de la décrire ou de la reproduire), il se fie notamment à sa perception. S'il se situe en GI, il va valider ses intuitions en utilisant les instruments de géométrie mis à sa disposition.

Pour amener l'élève à fonctionner dans le paradigme géométrique GI, l'enseignant doit veiller à mettre en place un Espace de Travail Géométrique (ETG) ou un Espace de Travail Mathématique (ETM_G) idoine dans lequel l'élève va fonctionner. Cet ETG ou ETM_G s'articule sur deux plans : un plan épistémologique et un plan cognitif.
Dans l'ETM_G, le plan épistémologique est composé d'un *representamen*, qui représente l'objet géométrique, d'artefacts (au sens de Rabardel), qui sont des instruments mis à sa disposition, et d'un référentiel théorique. Le plan cognitif est composé de trois processus : la visualisation, la construction et la preuve. L'élève, par les différentes genèses (figurale/sémiotique, instrumentale et discursive), peut respectivement passer d'un plan à un autre. On remarque alors qu'il y a des interactions qui existent dans les différentes phases du travail géométrique. On parle ainsi de plans verticaux pour décrire ces interactions : sémiotique-instrumental [SEM-INS], instrumental-discursif [INS-DIS] et sémiotique-discursif [SEM-DIS]. Comme la reconnaissance, l'identification, la description et la reproduction de figures sont des activités liées à la découverte, nous nous intéressons plus particulièrement au plan vertical [SEM-INS] et aux circulations dans ce dernier.

De fait, comme l'ont montré Duval et Godin (2015), pour analyser une figure, l'élève doit changer de regard sur cette dernière : il doit passer de la surface (2D) aux lignes (1D). Cette déconstruction dimensionnelle peut se faire notamment en jouant sur les choix des instruments de géométrie et le choix de la figure en situation de reproduction de figure. L'élève n'analyse plus seulement la figure avec sa perception, mais en utilisant les instruments de géométrie (instruments usuels, différents supports papiers) pour illustrer ou vérifier les propriétés de l'objet géométrique (*representamen*). En termes d'ETG, la genèse figurale (sémiotique) et la genèse instrumentale sont très liées. Toutefois, nous pouvons nous demander comment s'articulent les composantes (*representamen*, artefacts), les genèses (figurale/sémiotique et instrumentale) et les processus (visualisation et construction) au sein du plan [SEM-INS] pour que l'élève soit plus habile lorsqu'il identifie, reconnaît, décrit et reproduit une figure.

8. Question de recherche

Afin de préciser nos objectifs de recherche, nous présenterons des questions de recherche spécifiques.

1) Quelles organisations de tâches peut-on mettre en place afin qu'elles soient une source d'apprentissage pour l'élève?
2) Les ETM nous permettent-ils de décrire efficacement l'activité d'un élève lors d'une tâche de description et de reproduction de figures, par le biais de l'articulation entre les genèses du plan [SEM-INS]?
3) Le cadre des ETM nous permet-il d'identifier des profils d'élèves lors d'une tâche de description et de reproduction de figures?

CHAPITRE III : MÉTHODOLOGIE

Dans ce chapitre, nous détaillerons la méthodologie privilégiée pour notre expérimentation. Nous justifierons le choix des objets géométriques retenus et celui du niveau scolaire retenu. Nous présenterons ensuite les tâches conçues pour la cueillette de données en réalisant une analyse a priori des tâches proposées dans l'expérimentation. Nous préciserons par la suite les étapes du déroulement de celle-ci. Nous conclurons avec les questions d'ordre éthique et d'ordre méthodologique.

1. Le niveau scolaire ciblé et les objets géométriques choisis

Nous réaliserons notre expérimentation auprès d'une classe de vingt-cinq d'élèves de 4e année primaire dans une école de la CSDM en octobre 2017. Ce sera la classe de la chercheuse. Ces élèves connaitront en principe le vocabulaire de base en géométrie et seront capables d'utiliser une règle graduée et une équerre. Ils n'auront pas tous l'habitude de tracer ou de construire des figures sur du papier blanc. Afin de nous assurer que les élèves ont les connaissances préalables pour réaliser l'expérimentation, nous leur proposerons une activité préliminaire qui nous permettra de nous assurer, d'une part, leur connaissance du vocabulaire de base et nécessaire à l'expérimentation et, d'autre part, leurs connaissances en matière de reconnaissance de figures. Nous détaillerons cette activité au point 4 (p.88).

Les objets géométriques retenus sont certains quadrilatères et triangles qui sont des figures bien connues des élèves du 2e cycle du primaire. Nous privilégierons le carré, le rectangle, le losange, le triangle isocèle et le triangle isocèle rectangle. Ces figures sont présentes dans les manuels scolaires et les élèves travaillent régulièrement ces objets géométriques ; ils sont habitués à les reconnaitre et à les décrire. De plus, ces figures peuvent être construites à l'aide de la règle graduée et de l'équerre.

2. La construction de l'outil : les trois scénarios et la sélection des 6 figures complexes

Afin de décrire une articulation des genèses dans le plan sémio-instrumental, nous avons imaginé trois scénarios dans lesquels les élèves auront à reconnaître, à décrire et à reproduire des figures complexes en suivant des ordres différents de résolution. Selon le scénario, la description demandée ou proposée à l'élève précèdera la reproduction de la figure ou, au contraire, elle lui sera demandée après qu'il aura reproduit la figure.

Nous voulons voir si l'un de ces trois scénarios est plus « favorable » pour la reproduction d'une figure et donc la compréhension de ses caractéristiques géométriques, ou encore si l'activation privilégiée d'une genèse particulière a un effet positif sur la réussite de la tâche et donc sur les apprentissages de l'élève. En particulier, nous nous demandons si la description de la figure à reproduire, préalable à sa reproduction, aidera l'élève à mieux repérer les propriétés et les relations d'incidences liées à cette figure, c'est-à-dire à mieux la visualiser, en analyser les caractéristiques, et donc, lui permettre de mieux réussir sa reproduction. Notre recherche sera de nature exploratoire et les données seront analysées selon une approche qualitative (Thouin, 2014).

Nous avons conçu des figures complexes en nous référant aux critères de Duval et de Godin (2005) pour amener les élèves à changer de regard sur les figures. Nous avons privilégié les instruments suivants : la règle graduée, l'équerre et les nœuds du quadrillage.

2.1. Les trois scénarios

Chaque élève aura à reproduire six figures complexes (A, B, C, D, E, F) sur du papier quadrillé puis sur du papier blanc en suivant, successivement, les trois scénarios suivants. Dans chaque scénario la description de la figure se situe à un moment différent par rapport à sa reproduction. Dans chaque scénario, l'élève aura à réaliser deux tâches de reproduction : reproduire une première figure sur du papier quadrillé (au cm), soit les figures A, C et E, et une deuxième figure sur du papier blanc, soit les figures B, D et F.

Afin d'aider les élèves dans la formulation de leurs descriptions, nous envisageons de leur donner un lexique de mots : quadrilatère, carré, rectangle, losange, triangle isocèle, triangle rectangle, triangle isocèle rectangle, côté, diagonale, milieu, angle droit, etc.

Les six figures, les documents distribués à l'élève et le lexique géométrique se retrouvent en annexe (respectivement les Annexe 1 : Les six figures complexes, Annexe 4 : Documents distribués à l'élève et Annexe 3 : Lexique géométrique). Le déroulement de chaque scénario est présenté sous forme d'un guide de l'expérimentateur en Annexe 2 : Guide de l'expérimentateur. On y trouvera les documents donnés aux élèves, les consignes données oralement, les consignes et le lexique écrits au tableau, les durées prévues pour chaque étape de l'activité, etc.

Tableau III : Les trois scénarios

Scénario 1	**Scénario 2**	**Scénario 3**
1) Figure modèle[4] 2) Reproduction 3) Description individuelle 4) Description collective 5) Validation par calque	1) Figure modèle 2) Description individuelle 3) Description collective 4) Construction 5) Validation par le calque et par description de la production de l'élève	1) Description 2) Construction 3) Comparaison des productions entre les élèves d'un même groupe 4) Validation par superposition au calque de la figure modèle

La répartition des élèves dans les différents groupes et selon les différents scénarios est indiquée dans le tableau suivant. Les scénarios seront espacés d'une semaine de l'un à l'autre.

[4] La figure modèle sera donnée sur une feuille 8 ½ × 11 en position verticale. D'autres feuilles 8 ½ × 11 seront distribuées pour que l'élève décrive et reproduise sa figure.

Tableau IV : La répartition des élèves dans les scénarios

Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Groupe 1 (sous-groupes 1-1 et 1-2) reçoit les **figures E puis F**	**Groupe 1** (sous-groupes 1-1 et 1-2) reçoit les **figures A puis B**	**Groupe 1** (sous-groupes 1-1 et 1-2) reçoit les **figures C puis D**
Groupe 2 (sous-groupes 2-1 et 2-2) reçoit les **figures A puis B**	**Groupe 2** (sous-groupes 2-1 et 2-2) reçoit les **figures C puis D**	**Groupe 2** (sous-groupes 2-1 et 2-2) reçoit les **figures E puis F**
Groupe 3 (sous-groupes 3-1 et 3-2) reçoit les **figures C puis D**	**Groupe 3** (sous-groupes 3-1 et 3-2) reçoit les **figures E puis F**	**Groupe 3** (sous-groupes 3-1 et 3-2) reçoit les **figures A puis B**

2.1.1. Scénario 1

Description du déroulement

Dans ce scénario, l'élève a accès à la figure modèle (à l'échelle 1). Il la reproduit à l'aide de ses instruments sur une autre feuille 8 ½ × 11. Cependant, il est important de noter que l'élève ne sera pas en mesure de calquer la figure modèle. L'élève dispose de 10 minutes pour la reproduire. Ensuite, il décrit la figure qu'il vient de reproduire; cependant il n'a plus la figure modèle sous les yeux. L'élève dispose également de 10 minutes pour décrire sa reproduction. Puis, l'élève met en commun sa description avec celles des partenaires de son groupe de 4 élèves dans le but de rédiger une description collective. Ainsi, les membres de l'équipe composent une 5^{e} description sur une feuille 8 ½ × 14 en ayant seulement leurs reproductions sous les yeux. L'expérimentatrice nomme un secrétaire au sein de chaque équipe qui sera responsable de rédiger la description collective. Il est important de mentionner aux élèves qu'ils doivent rédiger une 5^{e} description et non réutiliser une des descriptions déjà produites par un membre de l'équipe, car le but est d'enrichir et d'approfondir les descriptions individuelles. L'expérimentatrice soutient les discussions pour assurer la participation de tous les membres de l'équipe. Une fois la description collective rédigée, l'expérimentatrice vérifie que les élèves ont utilisé des mots dont tous les membres du groupe comprennent le sens (afin d'éviter que ce soit un travail individuel). Enfin, chaque élève valide sa reproduction avec un calque de la figure modèle. En cas d'échec, il est invité à confronter sa construction, sa description individuelle avec la figure modèle.

2.1.2. Scénario 2

<u>*Description du déroulement*</u>

Dans ce scénario, l'élève a accès à la figure modèle (à l'échelle 1). On lui demande de la décrire : il note à l'écrit la description de la figure. L'élève aura 5-10 minutes pour rédiger sa description individuelle. Une fois la description réalisée, l'élève met en commun sa description avec ses partenaires d'un groupe de 4 élèves pour enrichir les descriptions individuelles. Puis, en groupe, ils produisent une description collective de la figure modèle sur une feuille 8 ½ × 14. Le groupe aura au maximum 15 minutes pour ce faire. Comme pour le scénario 1, l'expérimentatrice s'assure que tous les membres ont contribué, d'une certaine façon, à la description collective et vérifie que les élèves ont utilisé des mots dont tous les membres du groupe comprennent le sens. Ensuite, sur une autre feuille 8 ½ × 11, chaque élève reproduit la figure modèle qui lui est attribuée et qu'il a décrite. Il valide sa production avec un calque de la figure modèle. En cas d'erreur, l'élève est invité à décrire sa reproduction en faisant le lien avec sa description.

Comme pour le scénario 1, il est important de mentionner aux élèves qu'il faut produire une 5^{e} description et non prendre une des descriptions déjà rédigées par un membre de l'équipe, car le but est d'enrichir et d'approfondir les descriptions individuelles. L'expérimentatrice nomme un secrétaire au sein de chaque équipe qui sera responsable de rédiger la description collective.

2.1.3. Scénario 3

<u>*Description du déroulement*</u>

Dans ce scénario, dans un premier temps, l'élève reçoit la description d'une figure modèle rédigée en termes de programme de construction. Nous avons rédigé ces programmes de construction en essayant de concilier un vocabulaire mathématique rigoureux, mais accessible aux élèves, et des structures grammaticales qu'ils maîtrisent. En effet, pour plusieurs élèves de la classe, le français est la 2^{e}, la 3^{e} voire la 4^{e} langue. À partir de ce texte, l'élève construit la figure sur du papier quadrillé ou du papier blanc (selon la figure modèle) de dimension 8 ½ × 11. L'élève dispose de 15 minutes pour réaliser la construction. La mise en commun consiste à échanger sur les écarts entre les productions des élèves d'un même groupe et la figure modèle en les verbalisant : s'agit-il d'une erreur? D'une approximation? Etc. Les élèves disposent de 10 minutes pour ce faire. L'élève a accès à une deuxième feuille, s'il veut améliorer sa construction. Finalement, il valide sa production en la superposant à un calque de la figure modèle.

2.1.4. Précautions à suivre lors des scénarios

Lorsque les élèves décrivent les figures, il est important que l'expérimentatrice n'intervienne pas. Elle ne doit pas réagir comme le ferait spontanément une enseignante. Elle ne commente pas les descriptions en disant qu'elles sont bonnes, incomplètes ou erronées. Par exemple, si un élève propose une description trop courte ou trop longue, l'expérimentatrice ne doit pas le lui indiquer.

De même, l'expérimentatrice n'intervient pas lors des descriptions d'équipe pour les guider dans leur description et leur réflexion. À titre d'exemple, l'expérimentatrice ne doit pas dire aux membres qu'ils devraient davantage prendre en compte les idées d'un élève plutôt que celles d'un autre. À propos du changement de regard sur la figure, elle ne doit pas leur faire remarquer certaines relations entre différents éléments des figures, comme les égalités de longueurs, les alignements, etc., ou leur indiquer que certaines figures sont composées de figures juxtaposées ou superposées.

De plus, si certains élèves viennent lui demander des précisions sur du vocabulaire ou s'ils cherchent à valider leur travail, elle doit leur dire qu'elle ne peut pas répondre à leur question le temps que dure ce travail sur les figures : c'est une expérimentation. L'expérimentatrice doit rester le plus neutre possible.

Lorsque les élèves reproduisent leur figure, l'expérimentatrice n'intervient pas auprès des élèves pour leur dire que leur reproduction n'est pas exacte ou imprécise (nœuds du quadrillage, usage des instruments de géométrie). Elle ne leur dit pas qu'ils doivent recommencer ou leur indiquer où ils se sont trompés. Si un élève vient la voir pour lui demander si son travail est réussi, l'expérimentatrice ne répond pas. En revanche, elle acceptera qu'un élève reprenne son travail s'il le lui demande parce qu'il est insatisfait de sa production.

Lorsque les élèves construisent leur figure à partir du programme de construction, l'expérimentatrice ne leur indique pas la signification d'une étape. Enfin lorsqu'un élève considère qu'il a terminé sa construction, l'expérimentatrice ne le lui confirme pas.

Par ailleurs, l'expérimentatrice indiquera aux élèves en début d'expérimentation que six figures circuleront dans la classe et qu'à la fin de l'expérimentation, chaque élève aura reproduit ces six figures selon des conditions de travail différentes. L'expérimentatrice ne précisera pas davantage et ne répétera jamais cette annonce.

2.1.5. Les connaissances sollicitées et les compétences mises en œuvre

- **Pour la description :**

- Reconnaître les figures géométriques par superposition ou par juxtaposition (carré, rectangle, triangle isocèle, triangle rectangle, triangle isocèle rectangle);
- Repérer les liens d'incidence entre les figures dans la figure complexe;
- Utiliser un langage géométrique adéquat pour décrire les figures;
- Être capable de rédiger une description complète (ne pas oublier des éléments importants).

- **Pour la reproduction et la construction :**

- Être capable de choisir les bons instruments pour reproduire la figure (règle et équerre);
- Être capable de tracer un segment de longueur donnée;
- Utiliser adéquatement les nœuds du quadrillage comme un instrument;
- Être capable de relier des points en utilisant la règle
- Mesurer la longueur des segments;
- Être capable de construire un angle droit.

2.1.6. Les différents scénarios et l'articulation des genèses dans le plan [SEM-INS]

Dans tous les cas, l'élève doit produire une figure donc une construction qui doit être identique à la figure modèle qu'il voit ou dont il a la description (programme de construction).

Si l'on se place dans le plan [SEM-INS] du schéma des ETM_G, l'élève est donc amené à aller de la composante « *representamen* » à la composante « construction », que l'on utilise le vocabulaire des ETG ou des ETM (Kuzniak, Richard, 2014). Cette activité « efficace » de l'élève est représentée dans la Figure 20 ci-dessous par les flèches vertes.

Les différents scénarios traduisent différentes articulations des genèses dans ce plan et entre ces deux composantes.

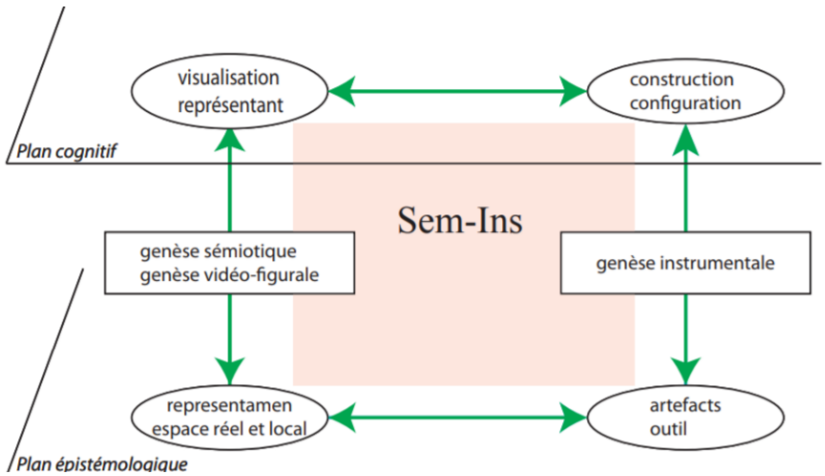


Figure 20 : Articulation des genèses dans les différents scénarios

Dans le scénario 1, l'élève doit reproduire la figure (*representamen*) avant d'en proposer une description. Dans le cadre de notre expérimentation, nous considérons la description proposée par l'élève comme la manifestation accessible de l'activation de la genèse sémiotique, à défaut d'autres traces écrites. Rappelons que nous ne nous intéressons pas à la genèse discursive, étant donné que l'élève ne propose pas un discours de preuve, mais un texte descriptif. On peut imaginer que dans l'action de construction à l'aide des différents *artefacts*, l'élève ait l'opportunité de prendre conscience des propriétés de la figure à reproduire et sa description (genèse sémiotique) en termes géométriques s'en trouve favorisée : il peut se donner une visualisation « en acte » de la figure. Une fois la reproduction réalisée, l'élève doit décrire sa construction, donc revenir sur la visualisation qu'il s'en est donnée, pour la mettre en mots. Cette description sera ensuite confrontée à la figure modèle. En d'autres mots, l'élève devra trouver une articulation efficace entre les différentes genèses, genèse instrumentale et genèse sémiotique, pour réussir la double tâche de production et de description de la figure.

Au contraire, en suivant le scénario 2, l'élève commence par décrire la figure, soit le *representamen*, et s'en donne une visualisation, une représentation qui devrait l'aider dans sa construction. Après avoir rédigé la description en référence avec le modèle, l'élève a la responsabilité de choisir le ou les instruments (autres artefacts) qui lui permettront de réaliser au mieux la construction qui lui est demandée sur l'un ou l'autre des supports, papier quadrillé ou papier blanc. Dans un tel scénario, il nous semble que l'activation de la genèse sémiotique par le biais de la description préalable à la construction pourrait favoriser l'activation de la genèse instrumentale lors de la construction.

Dans le scénario 3, l'élève devra aussi trouver une articulation efficace entre les genèses sémiotique et instrumentale pour réussir à construire une figure qu'il ne voit pas. En effet, après avoir reçu le programme de construction de la figure, l'élève pourra s'en donner une image par un dessin à main levée ou un simple croquis (visualisation) pour ensuite élaborer sa construction avec les bons instruments. Mais il pourra aussi prendre ses instruments et tous les artefacts à sa disposition pour élaborer sa construction en suivant le texte qui lui est proposé. Il pourra ensuite contrôler que sa démarche est conforme à l'image qu'il s'était donnée de la situation géométrique.

Si l'on considère le plan [SEM-INS] du modèle des ETM_G et les activations des différentes genèses, nous pouvons décrire quatre profils d'élèves lors de la réalisation de tâches de description et de reproduction de figures. Nous présentons dans le tableau suivant ces quatre profils. Nous identifions par les flèches vertes les articulations efficaces entre les différents éléments du plan [SEM-INS] et par les flèches bleues les articulations défaillantes.

Tableau V: Les quatre profils d'élèves envisagés dans le plan [SEM-INS] des ETM$_G$

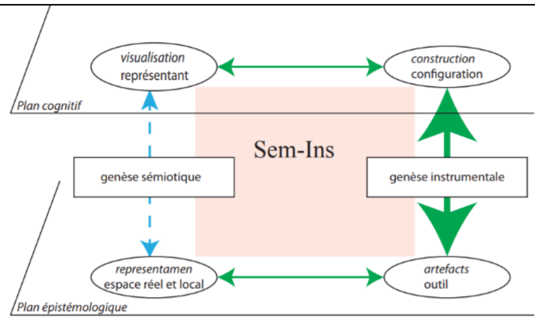


Figure 21: Genèses sémiotique défaillante et instrumentale activée

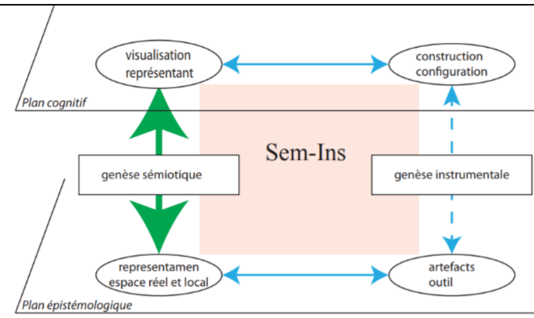


Figure 22: Genèses sémiotique activée et instrumentale défaillante

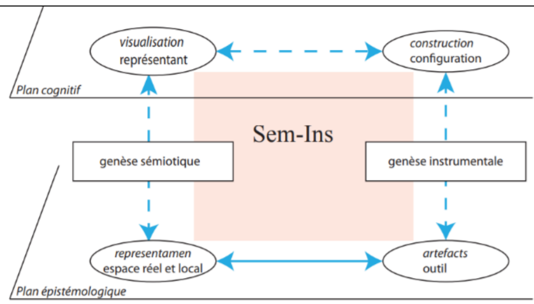


Figure 23: Genèses sémiotiques et instrumentales défaillantes

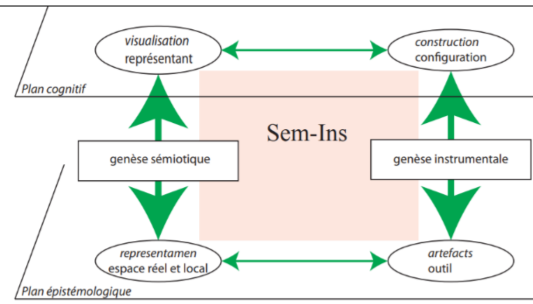


Figure 24: Genèses sémiotique et instrumentale activées

Le premier profil est celui dans lequel la reproduction de la figure est réussie, néanmoins la description proposée est erronée ou incomplète. La genèse instrumentale est activée : l'élève a su adapter l'utilisation des *artefacts* (règle, équerre, papier quadrillé) à la construction demandée. Pourtant, la description proposée évoque une genèse sémiotique défaillante. Nous entendons par « genèse sémiotique défaillante » le fait que l'élève ne réussit pas à verbaliser la visualisation qu'il se donne de la figure modèle (*representamen*) (Figure 21).

Le deuxième profil est celui où l'élève décrit convenablement la figure mais ne parvient pas à la reproduire. Il est en mesure de bien verbaliser l'image qu'il se donne de la figure modèle : la genèse sémiotique est activée. Cependant, il n'utilise pas adéquatement les instruments: la genèse instrumentale est défaillante (Figure 22).

Le troisième profil est celui de l'élève qui ne réussit ni à décrire ni à reproduire la figure. Les genèses sémiotique et instrumentale sont défaillantes. L'élève n'est pas en mesure de se donner une image mentale de la figure, du moins il n'arrive pas à la verbaliser. De plus, l'élève ne fait pas un usage pertinent des instruments, puisqu'il n'arrive pas à reproduire la figure (Figure 23).

Le quatrième profil est celui de l'élève qui décrit avec pertinence la figure et la reproduit correctement : les deux genèses sont efficaces et activées (Figure 24).

Dans le cadre de notre expérimentation, sera-t-il possible d'observer ces quatre profils d'élèves pour une même figure?

2.2. Les six figures

Nous avons imaginé six figures complexes (figures A, B, C, D, E et F) selon les critères proposés par Duval et Godin (2005) (Figure 25). Ces figures ne sont pas des figures usuelles et sont des assemblages de formes soit par juxtaposition soit par superposition. Nous nous sommes également assurée que ces assemblages respectaient des alignements, afin que les élèves puissent passer des surfaces aux lignes et puissent prolonger les tracés (dans les figures A-C-E-F). Nous avons également choisi des figures que les élèves de 4e année étaient en mesure de reproduire et de décrire, en privilégiant l'utilisation de la règle et de l'équerre, et de décomposer en figures simples bien connues. Finalement, dans chaque tâche, nous nous sommes assurée que les élèves pouvaient valider leur production par superposition avec un calque.

Pour mettre l'élève en confiance, nous avons décidé de proposer la première activité sur du papier quadrillé au centimètre (figure modèle et reproduction) quand la seconde se fait sur du papier blanc. La description de la figure peut en souffrir du fait que les élèves peuvent évoquer les figures simples en utilisant les nœuds du quadrillage comme instruments de mesure et les repères d'angles droits en parlant de « coins » ou autre vocabulaire efficace pour eux, mais non géométrique. C'est pour renforcer l'utilisation du vocabulaire géométrique dans la description de la figure que nous avons décidé de proposer la deuxième activité sur du papier blanc, les constructions se faisant toujours à l'aide de la règle graduée et de l'équerre pour construire les angles droits. Nous avons choisi des figures différentes dans chaque scénario pour éviter que les élèves reproduisent des schèmes d'action lors de leur deuxième reproduction. Nous avons privilégié des mesures de longueur assez grandes pour que les élèves soient plus à l'aise lorsqu'ils reproduisent ou construisent les figures. De plus, les mesures de longueur sont des nombres pairs de centimètres pour que les milieux des segments soient repérés par des nombres entiers de centimètres.

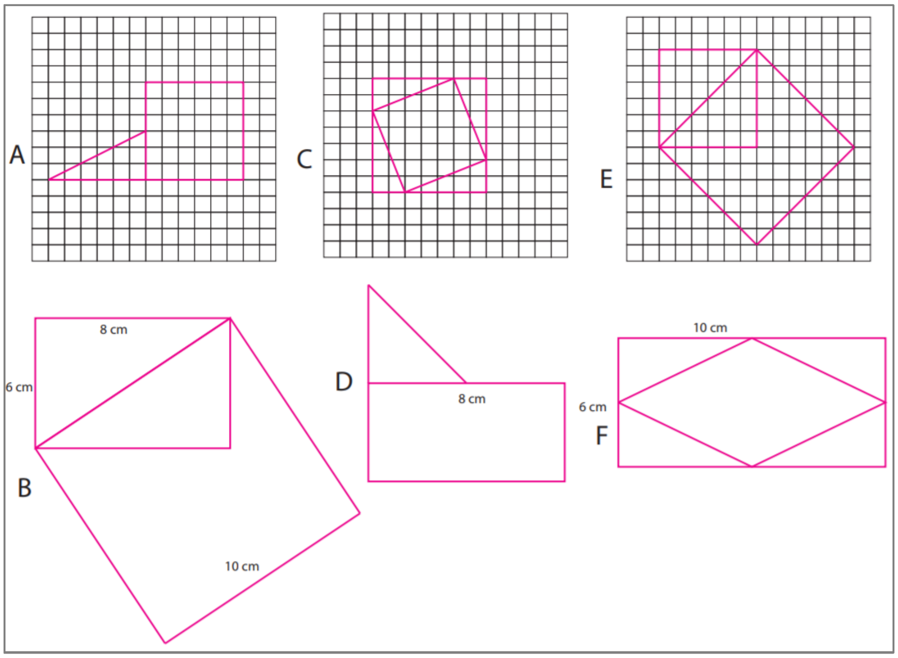


Figure 25 : Les 6 figures[5] utilisées dans les 3 scénarios

Nous avons choisi des figures qui présentent des caractéristiques communes. Ainsi, nous pouvons mettre de pair les figures A et D où un triangle rectangle est accolé à un rectangle, les figures B et E où deux rectangles se superposent, le côté de l'un étant la diagonale de l'autre et les figures C et F où les deux quadrilatères se superposent, les sommets de l'un ayant des positions remarquables sur les côtés de l'autre. Cependant, ces paires ne seront pas reproduites sur les mêmes supports. Nous avons choisi les supports en fonction des figures. En particulier, nous nous sommes assurée que les mesures de longueur étaient toujours des nombres entiers de centimètres sur le papier blanc.

3. L'analyse a priori

Dans cette section, nous réalisons une analyse a priori des différentes tâches associées à chaque figure, afin d'anticiper les procédures des élèves pour décrire les figures et pour les reproduire

[5] Les mesures de longueur ne seront pas données aux élèves.

selon les différents scénarios. Cela nous permettra d'annoncer les connaissances sollicitées par les tâches et les erreurs potentielles. Nous analyserons les reproductions de figures en termes de paradigmes géométriques (G0 – GI), de l'articulation des genèses dans les ETM$_G$ en nous intéressant plus particulièrement au plan sémiotique-instrumental [SEM-INS].
Pour alléger le texte, les analyses a priori des figures A et B seront complètes, seules les différences propres aux autres figures seront mentionnées en temps et lieu.

3.1. La figure A

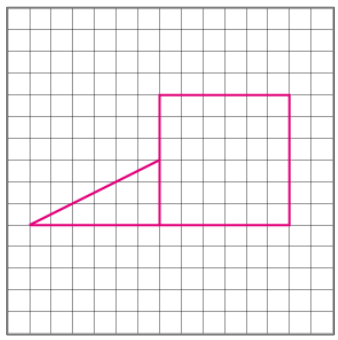


Figure 26 : La figure A

3.1.1. Les connaissances sollicitées

En termes de surfaces, l'élève doit reconnaître que la figure complexe est la juxtaposition d'un carré et d'un triangle rectangle. L'élève doit repérer qu'un des côtés de l'angle droit du triangle mesure la moitié du côté du carré.

En termes de lignes, l'élève doit être capable de construire un carré et un triangle rectangle en traçant les segments de longueurs données. Il doit donc être capable de mesurer des longueurs de segments. Il faut aussi qu'il sache construire des angles droits. Pour ce faire, l'élève doit savoir utiliser les nœuds du quadrillage à bon escient. Cette dernière connaissance est aussi valable pour les figure C et E qui sont aussi sur un support quadrillé.

3.1.2. La description de la figure A

La figure A se compose d'un carré de 6 cm de côté auquel est adjacent un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 6 cm, le côté de 6 cm étant dans le prolongement d'un côté du carré.

En GI, pour réaliser une description adéquate l'élève doit reconnaître que la figure complexe est composée de deux figures simples soit le carré et le triangle rectangle. Cependant, il ne peut seulement se fier à sa perception pour réaliser une description complète : il doit utiliser les instruments disponibles pour faire des liens entre les égalités de longueurs entre les deux figures (au minimum, compter les carreaux). De cette façon, l'élève pourra décrire les lignes (segments) plutôt que les surfaces. Par ailleurs, il se pourrait que l'élève ne spécifie pas quel est le type de triangle ou le qualifie mal: l'élève pourrait simplement dire que c'est un triangle ou que c'est un triangle isocèle. De même, il est important de mentionner que l'élève pourrait repérer des éléments qui sont redondants et non nécessaires pour la description. Par exemple, on peut s'attendre à ce que l'élève dise qu'il y a un carré qui a quatre côtés de 6 cm, quatre angles droits, que ce dernier a des « droites » perpendiculaires et des « droites » parallèles. À propos du triangle rectangle, il pourra dire que celui-ci a trois côtés, qu'il a un côté deux fois plus long que l'autre sans préciser que ce sont les côtés de l'angle droit, ou que la mesure de l'hypoténuse (« le 3^{e} côté ») n'est pas un nombre entier de centimètres. Nous pensons également qu'il se pourrait que l'élève ne tienne pas compte de la hiérarchisation des propriétés dans la figure. Par exemple, il pourrait dire « la figure a des angles droits, des droites parallèles, un triangle et un carré de 6 cm de côté qui sont collés ». Quoique cette description soit complète, il aurait peut-être été plus pertinent d'indiquer en premier lieu que cette figure est composée d'un triangle et d'un carré avant même de parler des angles droits et des droites parallèles. Nous supposons que l'élève pourrait faire de même pour la description des autres figures (B, C, D, E, F).

Si l'élève fonctionne dans le paradigme géométrique G0, il ne se fiera qu'à sa perception globale de la figure et ne vérifiera pas ses intuitions avec les instruments. L'élève décrira sans doute davantage les surfaces plutôt que les liens entre les lignes. Il pourra mentionner qu'il y a un carré et un triangle sans nécessairement évoquer les liens d'incidence entre les deux figures. Un tel élève pourra décrire la figure en la comparant à un objet qu'il connaît (ex. : « ça ressemble à une souris, un oiseau sans pattes, une voiture », etc.).

3.1.3. Exemples de descriptions de la part des élèves

Nous donnons ici quelques descriptions auxquelles nous nous attendons en précisant la valeur que nous leur accordons. Il est important de mentionner que pour toutes les productions des élèves, nous ne prendrons pas en compte les erreurs d'orthographe.

Description complète

« Cette figure est composée d'un carré et d'un triangle rectangle collés ensemble. Le carré mesure 6 cm de côté. Les côtés de l'angle droit du triangle mesurent 3 cm et 6 cm ».

Description complète avec des informations superflues.

« Cette figure est composée d'un carré de 6 cm de côté. Le carré a 4 angles droits et 4 côtés qui mesurent 6 cm. Le carré a deux paires de côtés parallèles. Le triangle rectangle a un angle droit et il touche le carré. Les côtés de l'angle droit du triangle mesurent 3 cm et 6 cm ».

Descriptions incomplètes ou erronées

→Ne parle pas de l'incidence entre les figures : « Il y a un carré avec quatre côtés qui mesurent 6 cm. Il y a un triangle rectangle et les côtés mesurent 3 cm, 6 cm et 6,7 cm »

→Ne parle pas des mesures de longueur : « Il y a un carré et un triangle »

→Utilise du vocabulaire non-géométrique ou géométrique inadéquat : « Il y a un cube* qui mesure 6 cm. Il y a un triangle carré* et ses côtés mesurent 3 cm, 6 cm et 6,7 cm ». « La figure ressemble à la tête d'un oiseau : la tête est carrée et le bec est pointu ».

3.1.4. La description proposée dans le scénario 3

Nous proposons ci-dessous un programme de construction qui associe à la fois une description en termes de surfaces et en termes de lignes. Le vocabulaire est adapté aux élèves de 4e année. Ainsi il ne serait pas pertinent de dire que le triangle est adjacent au carré, cet adjectif étant inconnu de la plupart des élèves.

Dans les programmes de construction, nous faisons le choix de mettre en italique un indice de construction à l'élève. En effet, pour ne pas alourdir encore davantage la description, tout en levant un certain nombre d'ambiguïtés, il est nécessaire, par de tels indices, de répondre à plusieurs questions que l'élève pourrait se poser.

- Construis triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 3 cm.
- Construis un carré de 6 cm de côté, collé au côté de 3 cm du triangle rectangle et à l'extérieur du triangle rectangle.
- Le côté de 6 cm du triangle rectangle et un côté du carré doivent être dans le prolongement l'un de l'autre.

Le 3ᵉ côté du triangle rectangle mesure environ 6,7 cm.

3.1.5. La reproduction de la figure A

Si l'élève n'a pas bien reconnu ou identifié les figures simples dans la figure complexe, il aura de la difficulté à la reproduire. Il devra en particulier utiliser à bon escient l'artefact « papier quadrillé », comme un instrument, pour réussir sa construction. Ceci est également valable pour les autres figures à reproduire sur le papier quadrillé (C et E).

Cette figure peut être construite de plusieurs façons. Si l'élève fonctionne en GI, il sera en mesure de déconstruire la figure et d'identifier qu'elle se compose d'un carré et d'un triangle rectangle adjacents l'un à l'autre. L'élève pourra commencer par construire le carré de 6 cm de côté en comptant le bon nombre de carreaux et en suivant les lignes du quadrillage, puis construire le triangle rectangle. Dans la construction du triangle rectangle, il pourra d'abord prolonger le côté du carré de 6 cm, puis en repérer le milieu du « bon » côté du carré pour tracer l'hypoténuse du triangle rectangle. Il pourra aussi repérer le milieu du « bon » côté du carré, tracer le côté du triangle rectangle de 6 cm dans le prolongement du côté du carré et joindre le milieu repéré à l'extrémité du côté qu'il vient de tracer pour terminer la construction du triangle rectangle. L'élève pourra aussi commencer par construire le triangle rectangle en respectant les mesures des côtés de l'angle droit. Dans le prolongement du côté de 6 cm, il pourra construire le carré adjacent à ce triangle rectangle, le côté du carré mesurant 6 cm.

Tout en travaillant en GI, il arrivera que certains élèves commettent des erreurs dans la reproduction de la figure. Celles-ci peuvent être de différentes natures : elles peuvent être liées à l'utilisation des instruments, à la description ou à l'image mentale que l'élève se donne de la figure, au respect des mesures qu'il a repérées sur le modèle, etc. À propos de l'utilisation des instruments, on peut s'attendre à ce que les élèves manquent de dextérité et aient de la difficulté à tracer des traits qui suivent les lignes du quadrillage et en respectent les nœuds. Cela fera en sorte que les angles formés ne seront pas des angles droits (pour le triangle rectangle et pour le carré) et les mesures de longueur ne seront pas rigoureusement respectées alors que la description proposée est pertinente (scénarios 2 et 3). En effet, il se pourrait qu'un élève ne tienne pas compte des nœuds du quadrillage, mais seulement des mesures de longueur de la figure modèle. Ainsi, il pourrait commencer à tracer un segment n'importe où comme si le support papier était blanc. Nous pensons également qu'il sera possible qu'un élève se trompe dans la mesure des longueurs en cm ou ne dénombre pas le bon nombre de carreaux pour les dimensions du carré et du triangle. Nous pensons que nous retrouverons ces maladresses sur les autres figures (B, C, D, E, F).

Si un élève travaille dans le paradigme G0, la décomposition de la figure A en ses deux figures simples ne sera pas facile : il n'est pas certain qu'il reconnaisse le carré et le triangle rectangle et que la plupart des côtés suivent les lignes du quadrillage. Nous pensons que l'élève pourra ne pas utiliser avec habileté les instruments mis à sa disposition et qu'il pourra tracer toute ou une partie de la figure à main levée. Il se fiera uniquement à sa perception et réajustera ses tracés pour que sa production ressemble globalement davantage à la figure initiale. Ainsi, nous envisageons qu'un élève construise un rectangle de 6 cm par 3 cm à la place du carré comme pour mieux se rapprocher de sa description figurative (souris, oiseau, etc.). D'autres situations de ce genre sont attendues.

3.2. La figure B

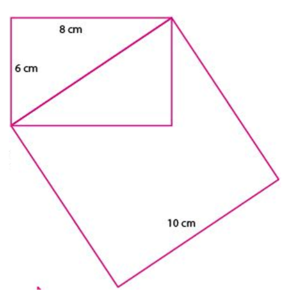


Figure 27 : La figure B

3.2.1. Les connaissances sollicitées

En termes de surfaces, l'élève doit reconnaître que la figure complexe est la superposition d'un rectangle et d'un carré. L'élève doit repérer qu'une des diagonales du rectangle est un des côtés du carré.

En termes de lignes, l'élève doit être capable de construire un rectangle et un carré avec ses instruments de géométrie. Il doit donc être capable de mesurer des longueurs de segments. Il faut aussi qu'il sache construire des angles droits en utilisant son équerre et sa règle.

3.2.2. La description de la figure B

La figure B se compose d'un rectangle de 6 cm par 8 cm et d'un carré dont le côté de 10 cm est la diagonale du rectangle.

S'il fonctionne en GI, pour réaliser une description adéquate l'élève doit reconnaître que la figure complexe est composée de deux figures simples superposées soit le rectangle et le carré. Pour réaliser une description complète, il ne peut se fier à sa perception : il doit utiliser les instruments disponibles (règle et équerre) pour établir que la diagonale du rectangle est un des côtés du carré. Ainsi, il décrira les lignes (segment) plutôt que les surfaces. Il se pourrait que l'élève ne reconnaisse pas le carré, car il n'est pas disposé en position prototypique. Par ailleurs, il est important de mentionner que l'élève pourrait repérer des éléments qui sont redondants et non nécessaires pour la description. Par exemple, on peut s'attendre à ce que l'élève dise qu'il y a un carré qui a quatre côtés de 10 cm, quatre angles droits, que ce dernier a des « droites » perpendiculaires et des « droites » parallèles. À propos du rectangle, il pourra dire que celui-ci a quatre côtés, qu'il a quatre angles droits et qu'il a deux côtés de 6 cm et deux côtés de 8 cm. Nous pouvons aussi nous attendre à ce qu'un élève perçoive la figure B par juxtaposition. Il pourrait voir qu'il y a un carré et deux triangles rectangles de même mesure. À partir de cette autre perception, l'élève pourra donner une description complète de la figure.

Si l'élève fonctionne dans le paradigme géométrique G0, comme pour la figure A, il ne se fiera qu'uniquement à sa perception et ne vérifiera pas ses intuitions à l'aide des instruments. Il dira qu'il y a un rectangle et un carré sans nécessairement mentionner les liens d'incidence entre les deux figures ou sans préciser qu'il y a deux figures et le lien qui existe entre elles. Un élève pourrait également décrire la figure en la comparant à un objet usuel (ex. : ça ressemble à une enveloppe).

3.2.3. Exemples de descriptions

Nous donnons ici quelques descriptions auxquelles nous nous attendons en précisant la valeur que nous leur accordons.

Descriptions complètes

« Dans cette figure, il y a un rectangle et un carré. Le rectangle mesure 6 cm × 8 cm et il a une diagonale qui mesure 10 cm. Cette diagonale est un des côtés du carré. »

« Dans cette figure, il y a un carré de 10 cm de côté. Sur un des côtés du carré, il y a un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 8 cm et l'autre côté mesure 10 cm. Sur ce même côté du carré, il y a en dessous un autre triangle rectangle de même mesure ». Même si cette description peut sembler incomplète, nous la considèrerons juste étant donné que les élèves de 4e année n'ont pas le vocabulaire géométrique adéquat pour en dire davantage.

Description complète avec un surplus d'informations

« Cette figure a un rectangle qui a deux côtés qui mesurent 6 cm et deux côtés qui mesurent 8 cm. Le rectangle a une diagonale qui mesure 10 cm. Le carré a quatre côtés qui mesurent 10 cm et il a aussi quatre angles droits. Un des côtés du carré est la diagonale du rectangle. »

Descriptions incomplètes ou erronées

→Ne parle pas de l'incidence entre les figures : « Il y a un rectangle qui mesure 6 cm par 8 cm. Il y a un carré qui mesure 10 cm de côté »
→Ne parle pas des mesures de longueurs : « Il y a un rectangle et un carré »
→Utilise du vocabulaire non-géométrique ou géométrique non-correct : « Il y a un rectangle qui mesure 6 cm de largeur et 8 cm de longueur. Il y a un carré dont ces faces* mesurent 10 cm ». « Il y a rectangle et un cube* ». « La figure ressemble à une enveloppe ».

3.2.4. La description proposée dans le scénario 3

Nous proposons ci-dessous un programme de construction qui associe à la fois une description en termes de surfaces et en termes de lignes. Le vocabulaire est adapté aux élèves de 4e année.

Ainsi il ne serait pas pertinent de dire que le carré est superposé au rectangle, cet adjectif étant inconnu de la plupart des élèves.

- Construis un rectangle de 8 cm de longueur par 6 cm de largeur. - Trace une des diagonales du rectangle. - Cette diagonale sera un des côtés d'un carré. - Construis les trois autres côtés du carré. *Le carré et le rectangle sont l'un par-dessus l'autre et le côté du carré mesure 10 cm.*

3.2.5. La reproduction de la figure B

Si l'élève n'a pas bien reconnu ou identifié la figure complexe, il aura de la difficulté à bien la reproduire. Il devra donc utiliser correctement l'artefact « règle graduée et équerre » pour réussir sa construction sur le papier blanc. Ceci est également valable pour les autres figures à reproduire sur le papier blanc. Nous avons choisi de faire reproduire cette figure sur du papier blanc, car la diagonale du rectangle a une mesure entière en centimètres. Il sera donc plus facile pour les élèves de réaliser cette construction sur du papier blanc étant donné qu'ils n'auront pas à mesurer des longueurs en nombres décimaux.

Cette figure peut être construite de plusieurs façons. Si l'élève fonctionne en GI, il sera en mesure de déconstruire la figure et d'identifier qu'elle se compose d'un rectangle et d'un carré superposés l'un à l'autre. L'élève pourra commencer par construire le rectangle (6 cm × 8 cm) en mesurant la longueur des segments avec la règle graduée et en construisant les angles droits avec l'équerre. Il tracera ensuite une diagonale du rectangle. Cette diagonale sera l'un des côtés du carré. Pour tracer les autres côtés, il construira d'abord deux des angles droits à chaque extrémité de la diagonale en utilisant l'équerre. Il mesurera les longueurs à l'aide de sa règle graduée pour que les côtés des angles droits soient de 10 cm. Finalement, il pourra joindre les deux segments pour former le dernier côté du carré.
Une autre façon beaucoup moins efficace sera de commencer par construire le carré puis le rectangle. Pour ce faire, l'élève construira le carré de 10 cm de côté en mesurant en cm la diagonale du rectangle de la figure modèle en utilisant la règle graduée et l'équerre. Ensuite, il construira le rectangle qui lui est superposé. Puis, sur un des côtés qui sera la diagonale du rectangle, il tracera un segment de 6 cm à partir d'un des sommets du carré et il tracera un

deuxième segment, à partir de l'autre sommet, de 8 cm en s'assurant qu'ils forment un angle droit. Il répètera le geste pour construire les deux autres côtés du rectangle. Nous anticipons que l'élève procèdera par essai erreur pour que les angles formés soient bien des angles droits. Nous pensons que cette deuxième façon de construire la figure amènera l'élève à n'utiliser que la règle pour tracer les angles droits. Comme cette construction demande beaucoup plus d'étapes et qu'il est difficile de bien placer la règle et l'équerre pour tracer les angles droits du rectangle, on peut penser que les coins de la règle serviront à construire les angles droits. De plus, comme le carré n'est pas disposé en position prototypique, il est probable que les élèves ne le construisent pas correctement: ils seront tentés de construire un carré en position prototypique. Pour ce faire, ils traceront les côtés en suivant les bords de la feuille, par conséquent les angles construits ne seront pas des angles droits.

Si un élève travaille dans le paradigme G0, la décomposition de la figure B en deux figures simples ne sera pas facile : il se pourrait que l'élève ne reconnaisse pas le rectangle et le carré. Nous pensons que l'élève pourra ne pas utiliser avec habileté les instruments mis à sa disposition et qu'il pourra tracer toute ou une partie de la figure à main levée. Ainsi, nous envisageons qu'un élève construise un losange (voire un parallélogramme) à la place du rectangle qui aurait des côtés de 6 cm (largeur du rectangle) comme pour se rapprocher de sa description figurative (enveloppe, etc.). Nous anticipons le fait qu'un élève construise un rectangle de 6 cm par 10 cm en le juxtaposant à un carré de 10 cm de côté. Cela permettra à l'élève de construire une figure en position prototypique. D'autres situations similaires sont attendues.

3.3. La figure C

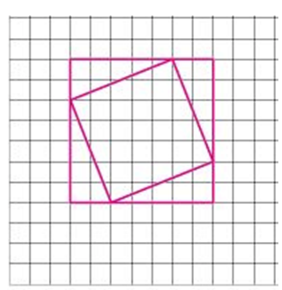


Figure 28 : La figure C

3.3.1. Les connaissances sollicitées

En termes de surfaces, l'élève doit reconnaître que la figure complexe est la superposition de deux carrés. L'élève pourrait aussi percevoir la figure complexe comme la juxtaposition d'un carré et de quatre triangles rectangles.

En termes de lignes, l'élève doit être capable de construire un carré. Il doit donc être capable de mesurer des longueurs de segments données. Il faut aussi qu'il sache construire des angles droits. Pour ce faire, l'élève doit savoir utiliser les nœuds du quadrillage à bon escient.

3.3.2. La description de la figure C

La figure C se compose d'un carré de 7 cm de côté et d'un carré, inscrit dans le premier, qui a subi une rotation et une homothétie. Les sommets du 2^{e} carré sont situés à 2 nœuds de quadrillage de ceux du 1er carré. Nous avons fait le choix de prendre un côté dont une mesure est un nombre impair pour nous assurer que le 2^{e} carré ne soit pas en position prototypique.

Si l'élève fonctionne dans un paradigme géométrique GI, pour réaliser une description adéquate, il doit reconnaître que la figure complexe est composée de deux figures simples soit de deux carrés. Il se pourrait aussi que l'élève utilise sa règle graduée pour mesurer la longueur des côtés du 2^{e} carré qui n'est pas un nombre entier de centimètres. Si l'élève perçoit cette figure complexe comme la juxtaposition de figures simples, il pourra repérer un carré autour duquel sont placés quatre triangles rectangles dont l'hypoténuse est aussi le côté du carré.

Par ailleurs, il se pourrait que l'élève ne spécifie pas quel est le type de quadrilatère ou le qualifie mal: l'élève pourrait simplement dire que c'est un rectangle ou un « losange » (ce qui est vrai; cependant nous pouvons nous demander si l'élève le saura lui-même).

Si l'élève fonctionne dans le paradigme géométrique G0, au mieux, il mentionnera qu'il y a deux carrés sans évoquer les liens d'incidence entre les deux figures. Un tel élève pourrait décrire la figure en la comparant à un objet qu'il connaît (ex. : « ça ressemble à une fleur, une étoile », etc.).

3.3.3. Exemples de descriptions

Nous donnons ici quelques descriptions auxquelles nous nous attendons en précisant la valeur que nous leur accordons.

Descriptions complètes

« Dans cette figure, il y a un carré de 7 cm de côté dans lequel il y a un autre carré. Les sommets du deuxième carré se situent à 2 cm des sommets du 1er carré »

« Dans cette figure, il y a un carré de 5,3 cm de côté et autour de ce carré il y a quatre triangles rectangles dont les côtés mesurent 5 cm, 2 cm et 5,3 cm ». Même si cette description peut sembler incomplète, nous la considèrerons juste étant donné que les élèves de 4^{e} année n'ont pas le vocabulaire géométrique adéquat pour en dire davantage.

Description complète avec un surplus d'informations

« Dans cette figure, il y a un carré avec quatre côtés qui mesurent 7 cm de côté dans lequel il y a un autre carré qui a quatre côtés de 5,3 cm. Les sommets du deuxième carré se situent à 2 cm des sommets du 1er carré. Il y a 8 angles droits ».

Descriptions incomplètes ou erronées

→Ne parle pas de l'incidence entre les figures : « Il y a un carré de 7 cm de côté et un carré de 5,3 cm de côté »

→Ne parle pas des mesures de longueur : « Il y a deux carrés »

→Utilise du vocabulaire non-géométrique ou géométrique non-pertinent : « Il y a un cube* qui mesure 7 cm de côtés. Il y a un cube* dont ces faces* mesurent 5,3 cm ». « La figure ressemble à une fleur ».

3.3.4. La description proposée dans le scénario 3

Nous proposons ci-dessous un programme de construction dont le vocabulaire est adapté aux élèves de 4^{e} année. Ainsi il ne serait pas pertinent de dire que le carré est inscrit dans le carré, cet adjectif étant inconnu de la plupart des élèves.

- Construis un carré de 7 cm de côté.
- Sur chaque côté du carré, marque 4 points à 2 cm de chaque sommet, en tournant toujours dans le même sens.
- Relie ces 4 points entre eux pour former un nouveau carré.

Le nouveau carré à l'intérieur du grand carré a des côtés qui mesurent environ 5,4 cm.[6]

3.3.5. La reproduction de la figure C

Cette figure peut être construite de plusieurs façons. Si l'élève fonctionne en GI, il sera en mesure de déconstruire la figure et d'identifier qu'elle se compose de deux carrés, l'un inscrit dans l'autre. Il pourra commencer par construire le carré de 7 cm de côté en comptant le bon nombre de carreaux et en suivant les nœuds du quadrillage, puis construire le deuxième carré à l'intérieur du premier. Dans la construction du 2e carré, il placera d'abord les sommets du carré en les plaçant à deux carreaux des sommets du 1er carré. Puis, il joindra les quatre sommets pour tracer les côtés du carré. Il pourra aussi repérer un sommet à la fois et tracer au fur et à mesure les segments. Vu que la reproduction de la figure C se fait sur du papier quadrillé, nous pensons qu'il serait étonnant qu'un élève construise le petit carré pour ensuite tracer le carré à l'extérieur du premier. Cette façon de faire serait trop difficile. Malgré cela, il se pourrait qu'un élève construise le petit carré en premier pour ensuite construire des triangles rectangles autour de ce dernier, surtout s'il perçoit la figure complexe comme la juxtaposition de figures simples.
Tout en travaillant en GI, nous pensons qu'il sera possible qu'un élève se trompe dans la mesure des longueurs et ne dénombre pas le bon nombre de carreaux pour les dimensions du carré et pour le placement des sommets du 2e carré.

Si un élève travaille dans le paradigme G0, la décomposition de la figure C en ses deux figures simples ne sera pas facile : il n'est pas certain qu'il reconnaisse les deux carrés et que la plupart des côtés suivent les lignes du quadrillage. Nous pensons que l'élève pourra ne pas utiliser avec habileté les instruments mis à sa disposition et qu'il pourra tracer toute ou une partie de la figure à main levée. Il se fiera uniquement à sa perception et réajustera ses tracés pour que sa production ressemble globalement davantage à la figure initiale. Ainsi, nous envisageons qu'un élève pourra construire un carré de 6 cm de côté et un losange dont les sommets sont les milieux

[6] Nous commenterons ce programme de construction au chapitre suivant au point 2.5.1 p.106.

des côtés du carré comme pour mieux se rapprocher d'une figure disposée en position prototypique.

3.4. La figure D

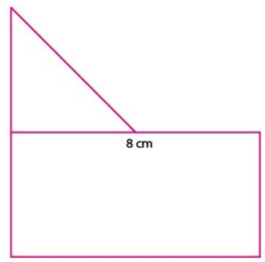


Figure 29 : La figure D

3.4.1. Les connaissances sollicitées

En termes de surfaces, comme en termes de lignes, les connaissances sollicitées sont comparables à celles que nous avons répertoriées à propos de la figure A. Plus particulièrement, il doit être capable de reconnaitre et de construire un rectangle et un triangle isocèle rectangle; pour se faire, il doit mesurer des longueurs de segments données et construire des angles droits.

3.4.2. La description de la figure D

La figure D se compose d'un rectangle de 4 cm × 8 cm auquel est adjacent un triangle isocèle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 4 cm, l'un des côtés est dans le prolongement de la largeur du rectangle.

En GI, pour réaliser une description adéquate l'élève doit reconnaître que la figure complexe est composée de deux figures simples soit d'un rectangle et d'un triangle isocèle rectangle. Par ailleurs, il se pourrait que l'élève ne spécifie pas quel est le type de triangle ou le qualifie mal : l'élève pourrait simplement dire que c'est un triangle ou que c'est un triangle isocèle voire un triangle équilatéral.

Si l'élève fonctionne dans le paradigme géométrique G0, il ne se fiera qu'à sa perception globale de la figure et, au mieux, il mentionnera qu'il y a un rectangle et un triangle sans nécessairement évoquer les liens d'incidence entre les deux figures. Un tel élève pourrait décrire la figure en la comparant à un objet qu'il connaît (ex. : « ça ressemble à une maison », etc.).

3.4.3. Exemples de descriptions

Descriptions complètes

« Dans cette figure, il y a un rectangle et un triangle isocèle rectangle Le rectangle mesure 4 cm × 8 cm. Le triangle isocèle rectangle a des côtés de l'angle droit qui mesurent 4 cm. Le triangle est disposé au-dessus du rectangle et un des côtés de l'angle droit est placé dans le prolongement de la largeur du rectangle. »

Description complète avec un surplus d'informations

« Cette figure a un rectangle qui a deux côtés qui mesurent 4 cm et deux côtés qui mesurent 8 cm. Le triangle isocèle rectangle a trois côtés et un angle droit. Les côtés mesurent 4 cm, 4 cm et 5,7 cm. Un des côtés de 4 cm touche la longueur du rectangle ».

Descriptions incomplètes ou erronées

→Ne parle pas de l'incidence entre les figures : « Il y a un rectangle qui mesure 4 cm par 8 cm. Il y a un triangle isocèle rectangle qui mesure 4 cm, 4 cm et 5,7 cm. »
→Ne parle pas des mesures de longueur : « Il y a un rectangle et un triangle isocèle rectangle. »
→Utilise du vocabulaire non-géométrique ou géométrique non-correct : « Il y a un rectangle qui mesure 4 cm de largeur et 8 cm de longueur. Il y a un triangle carré* dont ces côtés mesurent 4 cm, 4 cm et 5,7 cm ». « Il y a rectangle et un pointu* ». « La figure ressemble à une maison, à une chaussure ».

3.4.4. La description proposée dans le scénario 3

Nous proposons ci-dessous un programme de construction dont le vocabulaire est adapté aux élèves de 4^{e} année. Ainsi il ne serait pas pertinent de dire que le triangle est adjacent au rectangle, cet adjectif étant inconnu de la plupart des élèves.

- Construis un rectangle de 8 cm de longueur par 4 cm de largeur.
- Prolonge une largeur du rectangle d'une longueur de 4 cm.
- Repère le milieu d'une longueur du rectangle. Ce point milieu sera le 3e sommet d'un triangle isocèle rectangle. Les deux côtés perpendiculaires du triangle isocèle rectangle mesurent 4 cm.

Le triangle isocèle rectangle est collé au rectangle et son 3e côté mesure environ 5,7 cm.

3.4.5. La reproduction de la figure D

Comme pour les autres figures, celle-ci peut être construite de différentes façons.
Si l'élève fonctionne en GI, il sera en mesure de déconstruire la figure et d'identifier qu'elle se compose d'un rectangle et d'un triangle isocèle rectangle adjacents l'un à l'autre. L'élève pourra commencer par construire le rectangle de 4 cm × 8 cm en mesurant la longueur des segments avec sa règle graduée et en construisant les angles droits avec son équerre, puis construire le triangle isocèle rectangle. Pour construire ce dernier, il pourra prolonger la largeur du rectangle de 4 cm, puis, en repérant le milieu de la longueur du rectangle, tracer l'hypoténuse du triangle rectangle. L'élève pourra faire ces deux étapes dans un ordre différent.

De même, l'élève pourra commencer par la construction du triangle isocèle rectangle en respectant les mesures des côtés de l'angle droit ; pour ce faire, il utilisera sa règle graduée et son équerre. Il prolongera ensuite un des côtés de l'angle droit de 4 cm et construira le rectangle adjacent à ce triangle rectangle isocèle toujours en utilisant ses instruments.

Si un élève travaille dans le paradigme G0, la décomposition de la figure D en ses deux figures simples ne sera pas facile : il n'est pas certain qu'il reconnaisse le rectangle et le triangle isocèle rectangle. Ainsi, nous envisageons qu'il construise un carré de 4 cm de côté à la place du rectangle pour que les côtés du quadrilatère soient de la même longueur que ceux du triangle. Nous pensons également qu'il serait possible qu'un élève construise un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit (ou les deux) serait de la même mesure que la longueur du rectangle soit 8 cm comme pour mieux se rapprocher de sa description figurative (maison, etc.). D'autres situations de ce genre sont attendues.

3.5. La figure E

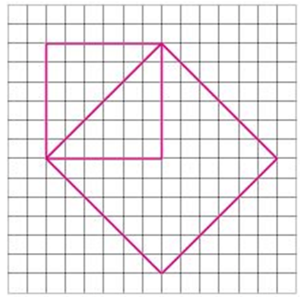


Figure 30 : La figure E

3.5.1. Les connaissances sollicitées

En termes de surfaces, l'élève doit reconnaître que la figure complexe est une superposition de deux carrés. L'élève doit s'apercevoir qu'une des diagonales d'un des carrés est un des côtés de l'autre carré. L'élève pourrait également percevoir cette figure complexe comme une juxtaposition d'un carré et de deux triangles isocèles rectangles.

En termes de lignes, l'élève doit être capable de construire un carré avec ses instruments de géométrie. Il doit donc être capable de mesurer des longueurs de segments. Il faut aussi qu'il sache construire des angles droits.

3.5.2. La description de la figure E

La figure E se compose d'un carré de 6 cm de côté dont la diagonale est le côté d'un deuxième carré.

En GI, pour réaliser une description adéquate l'élève doit reconnaître que la figure complexe est composée d'une même figure simple, soit le carré. Il se pourrait que l'élève ne reconnaisse pas le deuxième carré, car il n'est pas disposé en position prototypique. L'élève pourrait également voir cette figure par juxtaposition : il pourrait voir un grand carré et deux triangles isocèles rectangles. Cependant, comme pour la figure B, l'élève doit remarquer que la diagonale du carré est un des côtés du carré (au minimum, compter les carreaux).

Si l'élève fonctionne dans le paradigme géométrique G0, il ne se fiera qu'à sa perception globale de la figure et, au mieux, il mentionnera qu'il y a deux carrés sans évoquer les liens d'incidence entre les deux figures ou qu'il y a un carré et deux triangles. Un tel élève pourrait décrire la figure en la comparant à un objet qu'il connaît (ex. : « ça ressemble à une enveloppe », etc.).

3.5.3. Exemples de descriptions

Descriptions complètes

« Dans cette figure, il y a deux carrés. Le carré mesure 6 cm de côté et il a une diagonale qui mesure 8,5 cm. Cette diagonale est un des côtés du deuxième carré. »

« Dans cette figure, il y a un carré/un losange de 8,5 cm de côté. Sur un des côtés du carré, il y a un triangle isocèle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et l'autre côté mesure 8,5 cm. Sur ce même côté du carré, il y a en dessous un autre triangle rectangle de même mesure ». Même si cette description, peut sembler incomplète, nous la considèrerons juste étant donné que les élèves de 4^{e} année n'ont pas le vocabulaire géométrique adéquat pour en dire davantage.

Description complète avec un surplus d'informations

« Dans cette figure, il y a deux carrés qui ont tous les deux 4 côtés et 4 angles droits. Le carré mesure 6 cm de côté et il a une diagonale qui mesure 8,5 cm. Cette diagonale est un des côtés du deuxième carré. »

Descriptions incomplètes ou erronées

→Ne parle pas de l'incidence entre les figures : « Il y a un carré qui mesure 6 cm. Il y a un carré qui mesure 8,5 cm de côté »

→Ne parle pas des mesures de longueur : « Il y a deux carrés ». « Il y a un carré et deux triangles ».

→Utilise du vocabulaire non-géométrique ou géométrique incorrect : « Il y a un carré qui mesure 6 cm de face*. Il y a un carré dont ces faces* mesurent 8,5 cm ». « Il y a un carré qui mesure 6 cm de côté. Il a une ligne penchée* dans le carré. Cette ligne est le côté de l'autre carré ». « La figure ressemble à une enveloppe ».

3.5.4. La description proposée dans le scénario 3

Nous proposons ci-dessous un programme de construction qui associe à la fois une description en termes de surfaces et en termes de lignes. Le vocabulaire est adapté aux élèves de 4e année. Ainsi il ne serait pas pertinent de dire que deux carrés sont superposés, cet adjectif étant inconnu de la plupart des élèves.

- Construis un carré de 6 cm de côté.
- Trace une des diagonales du carré.
- Cette diagonale sera un des côtés d'un nouveau carré.
- Construis les trois autres côtés du nouveau carré.

Le côté du 2e carré mesure environ 8,5 cm.

3.5.5. La reproduction de la figure E

L'élève doit utiliser correctement l'artefact « papier quadrillé » pour réussir sa construction : il doit utiliser correctement les nœuds du quadrillage. Nous pensons que l'élève aura également besoin de sa règle graduée et de son équerre pour réaliser la construction.

Cette figure peut être construite de plusieurs façons. Comme cette figure est similaire à la figure B, nous pensons que les élèves utiliseront des démarches de construction semblables à celles présentées pour la figure B.

Si l'élève fonctionne en GI, il sera en mesure de déconstruire la figure et d'identifier qu'elle se compose de deux carrés. Il pourra commencer par construire le premier carré 6 cm en comptant le bon nombre de carreaux et utilisant adéquatement les nœuds du quadrillage. Il tracera ensuite une diagonale du carré. Cette diagonale sera l'un des côtés du deuxième carré, ce qui lui permettra de construire le deuxième carré.

Une autre façon beaucoup moins efficace sera de commencer par construire le plus grand carré en mesurant en cm de la diagonale du carré de la figure modèle ou en comptant le nombre de carreaux, puis construire le carré qui lui est superposé.

Une autre façon de procéder sera de construire le plus grand carré en mesurant en cm de la diagonale du carré de la figure modèle ou en comptant le nombre de carreaux, puis construire le carré qui lui est superposé. Puis, l'élève pourra construire deux petits triangles rectangles dans le quadrillage.

Tout en travaillant en GI, pour ce qui est de l'utilisation des instruments, nous pensons que certains élèves auront de la difficulté à utiliser adéquatement « l'artefact » papier quadrillé étant donné que le plus grand carré est disposé sur une diagonale et ne suit pas les lignes du quadrillage. Ils utiliseront donc la règle graduée et l'équerre pour faire leurs tracés ou pour les vérifier. Nous pensons que la deuxième façon de construire la figure amènera l'élève à faire des économies conceptuelle et gestuelle. Comme cette construction demande beaucoup plus d'étapes et qu'il est difficile de bien placer la règle et l'équerre pour tracer les angles droits du carré, nous pensons que les coins de la règle serviront à construire les angles droits. De plus, comme le plus grand carré n'est pas disposé en position prototypique, il est probable que les élèves ne le construisent pas correctement: ils seront tentés de construire un carré en position prototypique. Pour ce faire, ils traceront les côtés en suivant les bords de la feuille, par conséquent les angles construits ne seront pas des angles droits.

Si un élève travaille dans le paradigme G0, la décomposition de la figure E en ses deux figures simples ne sera pas facile : il n'est pas certain qu'il reconnaisse les deux carrés et que la plupart des côtés suivent les lignes du quadrillage.

3.6. La figure F

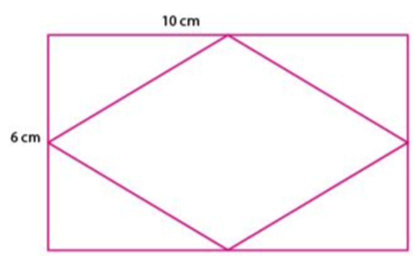


Figure 31 : La figure F

3.6.1. Les connaissances sollicitées

En termes de surfaces, l'élève doit reconnaître que la figure complexe est une superposition d'un rectangle et d'un losange. L'élève pourrait aussi percevoir la figure complexe comme la juxtaposition d'un losange et de quatre triangles rectangles.

En termes de lignes, l'élève doit être capable de construire un rectangle et un losange. Il doit donc être capable de mesurer des longueurs de segments. Il faut aussi qu'il sache construire des angles droits.

3.6.2. La description de la figure F

La figure F se compose un rectangle de 6 cm × 10 cm dans lequel s'inscrit un losange. Les milieux des côtés du rectangle sont les sommets du losange.

En GI, pour réaliser une description adéquate l'élève doit reconnaître que la figure complexe est composée de deux figures simples soit d'un rectangle et d'un losange. Un élève pourrait aussi percevoir cette figure comme un juxtaposition d'un losange et de quatre triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 5 cm.

Si l'élève fonctionne dans le paradigme géométrique G0, au mieux, il mentionnera qu'il y a un rectangle et un losange sans évoquer les liens d'incidence entre les deux figures. Un tel élève pourrait décrire la figure en la comparant à un objet qu'il connaît (ex. : « ça ressemble à un drapeau », etc.).

3.6.3. Exemples de descriptions

Descriptions complètes

« Dans cette figure, il y a un rectangle 6 cm × 10 cm et à l'intérieur il y a un losange. Les sommets du losange sont les milieux des côtés du rectangle. »

« Dans cette figure, il y a un rectangle de 6 cm × 10 cm et, dans ce rectangle, il y a quatre triangles rectangles dont les côtés mesurent 3 cm, 5 cm et 5,7 cm ». Même si cette description peut sembler incomplète (les milieux des côtés du rectangle ne sont pas évoqués comme tels), nous la considèrerons juste étant donné que les élèves de 4e année n'ont pas le vocabulaire géométrique adéquat pour en dire davantage et les mesures annoncées conviennent.

Description complète avec un surplus d'informations

« Dans cette figure, il y a un rectangle 6 cm × 10 cm, avec un losange dont les quatre côtés mesurent 5,7 cm. Le rectangle a quatre côtés, quatre angles droits, deux paires de côtés parallèles. Le losange est un quadrilatère. Les quatre sommets du losange sont au milieu des côtés du rectangle. »

Descriptions incomplètes ou erronées

→Ne parle pas de l'incidence entre les figures : « Il y a un rectangle 6 cm × 10 cm et un losange de 5,7 cm de côté ».
→Ne parle pas des mesures de longueurs : « Il y a un rectangle et un losange ».
→Utilise du vocabulaire non-géométrique ou géométrique non-correct : « Il y a un long carré* qui mesure 6 cm × 10 cm. Il y a un rectangle* qui a quatre côtés qui mesurent 5,7 cm ». « La figure ressemble à une fenêtre ».

3.6.4. La description proposée dans le scénario 3

Nous proposons ci-dessous un programme de construction qui associe à la fois une description en termes de surfaces et en termes de lignes.

- Construis un rectangle de 10 cm de longueur par 6 cm de largeur.
- Repère et marque les points milieux des côtés du rectangle.
- Ces milieux seront les quatre sommets d'un losange.
- Relie les sommets entre eux pour former un losange.

Les côtés du losange mesurent environ 5,7 cm.

3.6.5. La reproduction de la figure F

Cette figure peut être construite de plusieurs façons.
Si l'élève fonctionne en GI, il sera en mesure de déconstruire la figure et d'identifier qu'elle se compose d'un rectangle et d'un losange inscrit dans ce dernier. L'élève pourra commencer par construire le rectangle 6 cm × 10 cm, puis construire le losange l'intérieur du rectangle. L'élève utilisera la règle pour mesurer la longueur des segments et l'équerre pour construire les angles droits. Une fois le rectangle construit, l'élève placera les sommets du losange en repérant les milieux des côtés du rectangle. Puis, il joindra les sommets pour former le losange.
Une autre façon serait de construire le losange en premier. L'élève tracera d'abord les diagonales du losange, soit une de 6 cm et l'autre de 10 cm : les extrémités des diagonales seront les sommets du losange. Puis, il joindra les sommets du losange. Puis, il construira le rectangle

autour de ce losange en s'assurant de bien respecter la longueur des segments et la mesure des angles droits. Mais les diagonales du losange ne sont pas tracées; il est donc peu probable que les élèves s'aventurent dans cette démarche. Il serait alors plus probable que l'élève construise le losange par essais-erreurs.

Si un élève travaille dans le paradigme G0, il n'est pas certain qu'il reconnaisse le losange et le rectangle. Ainsi, nous envisageons qu'un élève construise d'abord le losange à main levée et tente de tracer le rectangle « autour » de ce dernier dans le but se rapprocher de sa description figurative. D'autres situations semblables sont attendues.

4. Activité préliminaire

Afin de nous assurer que les élèves ont les connaissances suffisantes pour réaliser les tâches demandées lors de l'expérimentation, nous réaliserons, deux semaines plus tôt, une activité préliminaire (annexe 5). Cette dernière nous permettra de vérifier qu'ils sont capables de reconnaître les figures simples utilisées pour créer les figures complexes : un triangle isocèle, un triangle rectangle, un triangle isocèle rectangle, un carré, un rectangle et un losange. Pour ce faire, nous présenterons un lot de figures aux élèves et nous leur demanderons de les reconnaître (les noms des figures leur seront donnés). Le nombre de figures proposées sera supérieur aux 6 figures nécessaires et certaines d'entre elles seront dans des positions non-prototypiques. Puis, nous demanderons aux élèves de construire sur du papier blanc à l'aide d'une règle graduée et d'une équerre un rectangle de 5 cm × 8 cm et un carré de 4 cm de côté. Cela nous permettra de nous assurer que les élèves sont capables de manier la règle pour tracer des segments de longueur donnée et qu'ils sont en mesure de construire des angles droits à l'aide de leur équerre.

5. Déroulement de l'expérimentation

La classe sera divisée en trois groupes : groupe 1, groupe 2 et groupe 3[7]. L'expérimentation se déroulera sur trois semaines. Chaque semaine, un scénario sera mis en œuvre sur l'ensemble des

[7] Il est important de mentionner qu'au sein d'un même groupe, il y aura des sous-groupes de 4 élèves, afin de favoriser la qualité des échanges. Par exemple, dans le groupe 1, il pourrait y avoir deux sous-groupes de 4 élèves qui travailleront sur les mêmes figures.

six figures distribuées dans chacun des trois groupes. Ainsi tous les élèves de la classe travailleront dans les mêmes conditions sur l'ensemble des six figures à chaque moment de l'expérimentation. La semaine suivante, un autre scénario sera mis en place et les élèves recevront deux autres figures à reproduire. Il en sera ainsi pour les deux autres scénarios. Chaque scénario sera réalisé donc par les trois groupes et nous aurons les productions de tous les élèves à propos des six figures dans les trois scénarios envisagés. Avant l'expérimentation, une activité préliminaire aura été réalisée pour faire un état des connaissances des élèves. Voici un exemple de calendrier pour la réalisation des différentes tâches.

Tableau VI: Le calendrier du déroulement de l'expérimentation

Semaine 0		**Semaine 1 = Scénario 1**	**Semaine 2 = Scénario 2**	**Semaine 3 = scénario 3**
Activité préliminaire	**Figures A et B**	Groupe 2	Groupe 1	Groupe 3
	Figures C et D	Groupe 3	Groupe 2	Groupe 1
	Figures E et F	Groupe 1	Groupe 3	Groupe 2

Toutes les productions écrites des élèves seront conservées. L'expérimentatrice notera également dans un journal de bord ses impressions et ses observations lors de la réalisation des tâches.

Nous avons décidé de réaliser le scénario 1 à la première semaine étant donné que nous ne voulons pas que les élèves réinvestissent leurs apprentissages du scénario 2 dans le scénario 1. Nous pensons que le scénario 2 pourrait montrer implicitement aux élèves que la description permet de mieux repérer les propriétés de la figure modèle et permet d'en faire une reproduction plus exacte.

6. Précautions d'ordre éthique

Nous nous sommes assurée de la participation volontaire et éclairée des élèves, des parents et de la direction de l'école. Un certificat d'approbation éthique a été octroyé par le Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche de l'Université de Montréal (numéro de certificat CPER-17-059-D). Nous avons fourni aux participants un formulaire d'information et de consentement parental qui a été produit selon les normes de l'Université de Montréal. Chaque participant a reçu une copie signée de ce formulaire. Nous avons en notre possession tous les formulaires de consentement des parents signés. Le projet a également été approuvé par le comité de la recherche de la CSDM (projet #7-A-2017) et par la direction de l'établissement scolaire dans lequel la recherche a été menée. Ces trois documents se retrouvent en annexe (6, 7 et 8). Lorsqu'il a été question de traiter et de diffuser les données, nous avons conservé l'anonymat des élèves : nous leur avons attribué des noms fictifs.

7. Précautions d'ordre méthodologique

Pour nous assurer de la fidélité des données, nous avons appliqué les mêmes procédures de cueillette et d'analyse des données pour tous les élèves, et ce, pour toutes les figures et les trois scénarios.

Pour nous assurer de la validité de nos données, les éléments du cadre théorique ont guidé notre conception de notre outil. De plus, nous avons fait appel à une personne qui maîtrise les éléments du cadre théorique pour coder et contre coder une partie des traces écrites des élèves. Pour plus de validité interne, l'expérimentatrice a noté ses observations dans un journal de bord, sans en divulguer le contenu aux élèves.

Finalement, la recherche présente un certain degré de validité externe du fait que nous anticipons d'éventuelles retombées dans le milieu scolaire. Nous espérons que cette recherche apportera un éclairage supplémentaire à propos des types de tâches favorisant l'apprentissage des concepts géométriques. Nous espérons aussi qu'elle permettra de susciter une réflexion sur l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie plane à l'école primaire.

Chapitre IV : Présentation et analyse des résultats

Dans ce chapitre, nous détaillerons le déroulement de l'expérimentation. Puis, afin de répondre aux questions de recherche, nous analyserons les traces des élèves (les reproductions et les descriptions de figures) pour observer si un scénario a permis aux élèves de mieux reproduire leur figure modèle et de rédiger des descriptions des figures plus « pertinentes ». Nous entendons par « descriptions pertinentes » le fait que les termes utilisés par les élèves pour décrire les figures témoignent d'une compréhension de la situation géométrique au plan théorique et qu'elle est exprimée à l'aide du vocabulaire géométrique adéquat ou en langage courant acceptable.

Nous analyserons les reproductions de figures, afin de mettre en évidence les difficultés des élèves à ce propos. Ces dernières pourront nous donner des indices sur la compréhension des concepts géométriques et faire l'état des connaissances à propos des apprentissages réalisés par les élèves.

Nous analyserons également les descriptions des figures afin de voir :

-si un élève qui produit une description complète et pertinente est également un élève qui est capable d'intégrer les propriétés des figures dans une activité de reproduction de figures;

- si un élève qui ne connaît pas le vocabulaire est capable malgré tout de repérer les propriétés et de les mettre en œuvre au cours de sa reproduction;

-si les descriptions témoignent d'une certaine déconstruction dimensionnelle nécessaire à la reproduction de figure.

Finalement, nous tenterons de répondre aux questions suivantes :

1) Quelles organisations de tâches peut-on mettre en place afin qu'elles soient une source d'apprentissage pour l'élève?
2) Les ETM nous permettent-ils de décrire efficacement l'activité d'un élève lors d'une tâche de description et de reproduction de figures, par le biais de l'articulation entre les genèses du plan [SEM-INS]?
3) Le cadre des ETM nous permet-il d'identifier des profils d'élèves lors d'une tâche de description et de reproduction de figures?

1. Le déroulement de l'expérimentation

L'expérimentation s'est déroulée sur une période de trois semaines au mois d'octobre 2017. Deux semaines avant de réaliser l'expérimentation, à l'aide d'un pré-test, l'expérimentatrice a vérifié que les élèves savaient utiliser une règle pour tracer des segments d'une longueur donnée, savaient manier l'équerre pour construire des angles droits et qu'ils connaissaient le nom des figures nécessaires à la réussite de l'expérimentation : les carrés, rectangles, losanges et triangles (isocèle et rectangle) (Annexe 5 : Activité préliminaire). Au cours de ce test, tous les élèves ont réussi à construire le carré et le rectangle en position prototypique. Ils ont aussi été capables de reconnaitre les figures en position prototypique. Par exemple, certains élèves ont reconnu le carré « posé sur la pointe » (Figure F du pré-test) comme étant un losange. De plus, quelques élèves ne maîtrisaient pas les termes isocèle et rectangle pour caractériser les triangles. Ainsi, l'enseignante a repris avec ses élèves la signification de ces termes. Elle en a profité pour revoir les termes « prolongement » et « milieu », afin de s'assurer qu'ils en comprenaient le sens.

Une fois les activités préliminaires terminées, l'expérimentatrice a tenté de constituer des groupes hétérogènes pour éviter qu'un groupe soit plus « fort » qu'un autre. Elle s'est également assurée que tous les élèves au sein d'un même groupe travaillaient bien ensemble afin de limiter au maximum les problèmes liés à la gestion de classe. L'expérimentation a commencé comme il était prévu dans le chapitre de la méthodologie. Cependant, il est important de mentionner que l'ordre dans lequel les figures modèles ont été présentées a légèrement été modifié par rapport à ce qui a été annoncé dans la méthodologie.

En effet, lors du scénario 1, l'expérimentatrice a distribué par mégarde la figure modèle D au groupe 2 plutôt qu'au groupe 3. Afin, de ne pas nuire davantage aux autres scénarios, l'expérimentatrice a décidé de poursuivre l'expérimentation car les élèves avaient déjà vu la figure modèle lorsqu'elle s'est aperçu de l'erreur. Les figures successives sur lesquelles les élèves ont travaillé sont présentées dans le tableau suivant (Tableau VII).

Tableau VII : Répartition des figures selon les groupes

	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Groupe 1	Figures E-F	Figures A-D	Figures C-B
Groupe 2	Figures A-D	Figures C-B	Figures E-F
Groupe 3	Figures C-B	Figures E-F	Figures A-D

Globalement, les scénarios 1 et 2 se sont déroulés comme prévu. Les élèves ont bien compris les tâches qui leur étaient demandées ; ils ont été engagés et motivés tout le long de l'expérimentation. De plus, les élèves ont réussi en général à compléter les tâches dans le temps imparti; seulement quelques élèves ont eu besoin de quelques minutes supplémentaires pour terminer la rédaction de leurs descriptions ou la reproduction de figures. Il est important de noter que les élèves qui ont eu besoin de temps supplémentaire lors de l'expérimentation sont aussi ceux qui ont besoin de temps supplémentaire pour les activités quotidiennes de la classe.

C'est au cours du scénario 3 que tous les élèves ont rencontré plus de difficultés. De fait, la plupart d'entre eux n'avaient jamais construit de figures en suivant un programme de construction, donc sans référence à une figure modèle. Certains élèves, qui ont plus de difficultés en lecture, ont eu plus de mal à comprendre ces programmes de construction, au point de demander du soutien pour les déchiffrer : l'expérimentatrice les a alors lus pour eux.

2. Résultats à propos des reproductions selon les scénarios

2.1. Résultats globaux

Nous avons analysé les reproductions de figures et les constructions selon les critères suivants, tels que présentés dans la méthodologie (paragraphe 2.1.5 p.61) :

1) Les élèves réussissent-ils mieux leurs reproductions et leurs constructions sur le papier blanc ou sur le papier quadrillé?
    a. Sont-ils en mesure d'utiliser adéquatement les nœuds du quadrillage comme un instrument?
    b. Sont-ils capables de choisir les bons instruments pour reproduire la figure (règle et équerre)?

2) Lorsqu'il y a des erreurs de construction, quelle est la nature de ces erreurs?
    a. Sont-ils capables de mesurer la longueur d'un segment et d'en tracer un d'une longueur donnée?
    b. Sont-ils en mesure de construire un angle droit qu'il soit disposé de façon prototypique ou non?
3) Les élèves arrivent-ils à construire une figure en suivant un programme de construction?
    a. Quels sont les types d'erreurs réalisées?

Nous présentons les résultats ci-dessous.
Pour qu'une reproduction de figure soit considérée comme réussie, celle-ci et la figure modèle doivent être identiques : elles doivent être superposables sans retournement, en particulier dans les scénarios 1 et 2 où les élèves avaient accès à la figure modèle. De même, rappelons que la reproduction par calque a été interdite et que les élèves ont respecté cette consigne. La « réussite » des élèves a été appréciée selon les critères suivants : les mesures de longueurs sont respectées à ± 2 mm, les angles droits sont respectés à ± 2 °, et, le cas échéant, les tracés suivent les lignes et respectent les nœuds du quadrillage.
Dans le scénario 3, la construction proposée par l'élève doit refléter exactement le programme de construction, à une isométrie près.

Le tableau ci-dessous (Tableau VIII) résume les résultats des élèves, à propos de toutes les reproductions ou les constructions, qu'elles aient été produites sur quadrillage ou sur papier blanc, à partir d'un modèle ou d'un programme de construction.

Tableau VIII : Réussite dans la reproduction et la construction des figures

	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Réussie	31	35	22
Non-réussie	19	15	28
Total	50	50	50

Comme nous pouvons le voir dans ce tableau (Tableau VIII), les figures réalisées dans les conditions du scénario 1 et du scénario 2 ont été les mieux réussies. Mais, c'est dans le contexte du scénario 2 (description avant reproduction) que les élèves ont sensiblement mieux réussi leur reproduction : 35 sur 50 ou encore 70% de l'effectif contre 31 sur 50 soit 62% dans le scénario 1. À l'opposé, c'est dans le scénario 3 (programme de construction) que les élèves ont rencontré le plus de difficultés : 22 réussites sur 50 productions autrement dit moins de la moitié de notre effectif. On peut donc déjà avancer l'idée que la référence visuelle de la figure peut être une aide à sa reproduction.

Il est important de mentionner que, sur les 150 reproductions/constructions 149 ont été réalisées à l'aide des instruments de géométrie; nous interprétons ces traces comme celles d'un fonctionnement probable en GI. Ce résultat est très intéressant, voire encourageant, chez des élèves qui n'ont pas l'habitude de ce genre d'activité. Dans le scénario 1, un seul élève a construit sa première figure à main levée : nous pouvons selon toute vraisemblance associer une telle démarche à un fonctionnement en G0, puisque GII est peu probable à ce niveau scolaire.

2.2. Résultats liés au support : papier quadrillé ou papier blanc

Nous avons donc voulu voir si, dans un scénario particulier, le support papier avait une importance dans la réussite de la construction.

Tableau IX : Reproduction sur quadrillage

Quadrillage (A-C-E)	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Réussie	17	19	8
Non-réussie	8	6	17
Total	25	25	25

D'une façon générale, dans les scénarios 1 et 2, le quadrillage a permis à 2 élèves sur 3, voire 3 sur 4, de réussir leur reproduction quand cela n'a pas été du tout le cas dans le scénario 3 où les rapports s'inversent et seulement 1 élève sur 3 a réussi sa construction en se référant au quadrillage.

Tableau X : Reproduction sur papier blanc

Blanc (D-B-F)	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Réussie	14	16	14
Non-réussie	11	9	11
Total	25	25	25

Nous constatons qu'il ne semble pas y avoir de différence notoire dans les réussites sur papier blanc dans les scénarios 1 et 2 par rapport aux réussites sur quadrillage. Mais la tendance est toujours la même : deux élèves sur 25 ont mieux réussi dans le scénario 2 que dans le scénario 1. En revanche, dans le cadre du scénario 3, la situation est nouvelle, puisque que plus de la moitié des élèves (14 sur 25) ont réussi à appliquer le programme de construction sur papier blanc alors qu'ils n'étaient que 8 dans le tableau précédent. Il est même remarquable que, sur un si petit échantillon, les résultats obtenus dans les contextes du scénario 1 et du scénario 3 soient les mêmes : sur papier blanc, les élèves ont eu le même nombre de réussites avec la figure modèle sous les yeux qu'avec le programme de construction. Une telle remarque demanderait à être confirmée (ou infirmée) par la reprise de l'expérimentation sur un plus grand échantillon.
Nous avons croisé les résultats des reproductions sur papier quadrillé et sur papier blanc dans le but de savoir combien d'élèves ont réussi (ou échoué) les deux reproductions, en particulier pour savoir si la réussite sur papier quadrillé et la réussite sur papier blanc sont liées (voir Tableau XI et Tableau XII). Si tel était le cas, cela renforcerait l'idée, souvent répandue dans les manuels, qu'il est préférable et plus facile pour les élèves qu'ils travaillent d'abord sur du papier quadrillé avant de réaliser des activités de constructions de figures à l'aide des instruments de géométrie sur papier blanc.

Dans le tableau ci-dessous (Tableau XI), on peut lire dans chaque colonne combien d'élèves ont réussi leur construction sur quadrillage parmi ceux qui ont réussi sur papier blanc, et ce, pour chaque scénario.
Par exemple, parmi les 14 élèves qui ont réussi leurs reproductions sur papier blanc dans le scénario 1, on peut voir que 12 d'entre eux ont réussi leur reproduction sur quadrillage dans le

scénario 2, soit presque tous. Y a-t-il eu un phénomène d'auto-apprentissage d'un scénario à l'autre?

Tableau XI : Réussite sur papier quadrillé en fonction de la réussite sur papier blanc

Papier blanc / Quadrillage	Scénario 1 Papier blanc	Scénario 2 Papier blanc	Scénario 3 Papier blanc
	14 réussites sur 25 productions	16 réussites sur 25 productions	14 réussites sur 25 productions
Scénario 1 Quadrillage	9	10	9
Scénario 2 Quadrillage	12	13	11
Scénario 3 Quadrillage	6	5	7

On constate que, dans chaque colonne, donc dans les trois scénarios, quelques élèves qui ont réussi leur reproduction sur papier blanc ont échoué dans leur travail sur quadrillage, surtout dans les scénarios 1 et 2. C'est dans le scénario 3 où l'on remarque que seulement quelques élèves ont réussi la construction sur quadrillage alors qu'ils l'avaient réussie auparavant sur papier blanc (scénarios 1 et 2). Or, si le papier quadrillé avait été une aide à la reproduction, nous devrions avoir le même nombre ou presque de réussites sur papier quadrillé que sur papier blanc. Autrement dit l'usage du papier quadrillé n'est peut-être pas aussi transparent que l'on pourrait le penser et les reproductions sur papier quadrillé ne semblent pas, à première vue, être plus facilitantes que celles sur le papier blanc.

Dans le tableau ci-dessous (Tableau XII), nous présentons les résultats dans l'autre sens : le nombre de constructions réussies sur papier blanc parmi les constructions réussies sur quadrillage.

Tableau XII : Réussite sur papier blanc en fonction de la réussite sur papier quadrillé

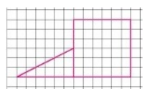
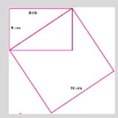
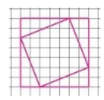
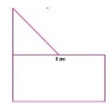
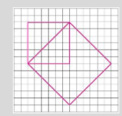
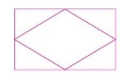
Quadrillage / Papier blanc	Scénario 1 Quadrillage 17 réussites sur 25 productions	Scénario 2 Quadrillage 19 réussites sur 25 productions	Scénario 3 Quadrillage 8 réussites sur 25 productions
Scénario 1 Papier blanc	9	12	5
Scénario 2 Papier blanc	10	13	5
Scénario 3 Papier blanc	9	13	7

Par exemple, sur les 17 élèves qui ont réussi leur figure sur quadrillage dans le scénario 1, seulement 9 l'ont réussie sur papier blanc, 10 dans le scénario 2 et 9 dans le scénario 3. Globalement les écarts sont plus grands dans ce tableau que dans le tableau précédent. L'interprétation que nous pouvons faire de ce constat est que la réussite de la reproduction sur quadrillage n'assure pas autant la réussite sur papier blanc que dans l'autre sens. Peut-on extrapoler jusqu'à dire que certains élèves, qui réussissent la tâche sur papier quadrillé en travaillant de manière perceptive, sans conceptualiser les figures à reproduire, se retrouvent démunis quand ils doivent utiliser leurs instruments de géométrie pour travailler sur papier blanc? L'analyse des descriptions pourra nous aider à répondre à cette question.

2.3. Résultats relatifs aux figures

Dans l'analyse a priori, nous avons présenté les caractéristiques liées aux figures et les difficultés auxquelles les élèves pourraient être confrontés au cours de leur reproduction ou de leur construction (paragraphe 3 du chapitre 3 « Méthodologie »). Tous scénarios confondus, les résultats sont les suivants (voir Tableau XIII).

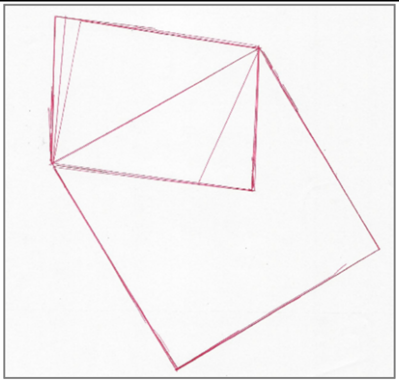
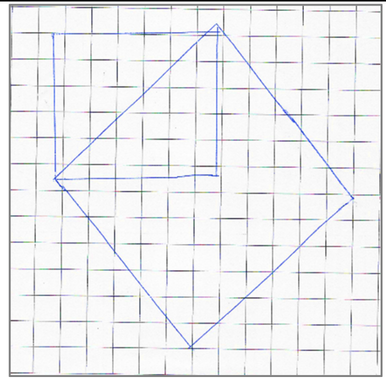
Tableau XIII : Résultats sur les réussites dans les reproductions de figures (tous scénarios confondus)

	A (quadrillage) 	B (papier blanc) 	C (quadrillage) 	D (papier blanc) 	E (quadrillage) 	F (papier blanc) 
Réussie	15	10	17	16	12	18
Non-Réussie	10	15	8	9	13	7
Total	25	25	25	25	25	25

En observant le tableau ci-dessus, nous remarquons que deux figures ont été source de difficultés pour les élèves : la figure B sur papier blanc, et la figure E sur papier quadrillé. Une telle remarque suggère que le support n’a pas grande importance dans la réussite à reproduire une figure, mais que la composition de celle-ci est au contraire déterminante.

En effet, comme nous l’avons décrit dans l’analyse a priori, les figures B et E sont composées de deux quadrilatères superposés et la diagonale de l’un est aussi le côté de l’autre. De plus, dans les deux cas, le carré n’est pas en position prototypique. Les élèves ont donc eu de la difficulté à tracer les angles droits correctement, que ce soit à l’aide de leur équerre ou à l’aide du quadrillage. Ainsi, comme nous l’avions anticipé, quelques élèves ont procédé par essais-erreurs pour construire ces deux figures : plusieurs ont commencé par construire le carré en position non prototypique pour ensuite construire le carré (figure E) ou le rectangle (figure B) en position prototypique. Mais cette technique s’est révélée particulièrement coûteuse comme en témoignent les deux productions ci-dessous (Figure 32 et Figure 33).

Tableau XIV : Deux exemples d'erreurs

 Figure 32: Figure B, scénario 2, Amel	 Figure 33: Figure E, scénario 2, Anton

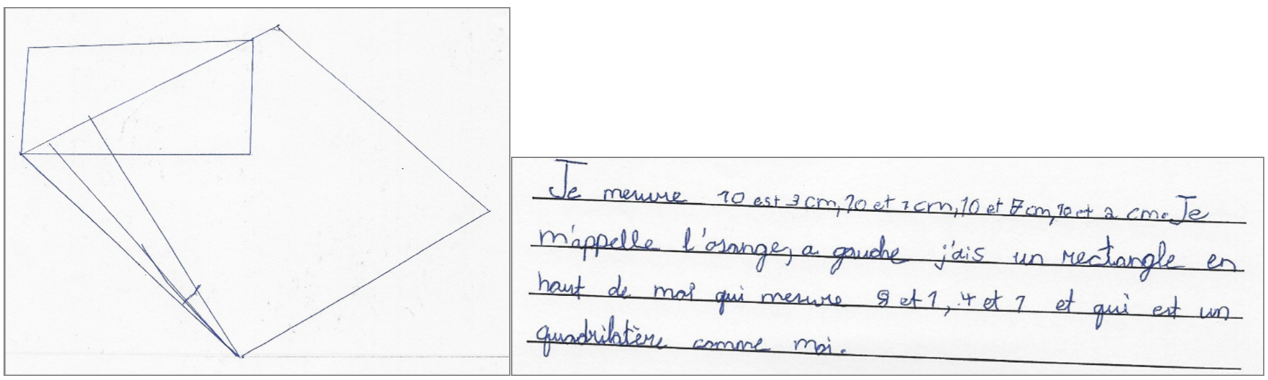


Figure 34: Scénario 1; construction et description de la figure B (Pamela)

Par ailleurs, comme le carré n'était pas en position prototypique, plusieurs élèves ont construit des losanges comme pour se rapprocher de leur perception initiale de la figure qui ne prend pas en compte les angles droits comme l'illustre la figure ci-dessus et sa description (Figure 34).

2.4. La nature des erreurs

Dans la mesure où une proportion non négligeable d'élèves a une production « non-réussie », il nous semble pertinent de nous intéresser à la nature des erreurs dans la réalisation des figures. En effet, au cours de notre observation des élèves durant l'expérimentation, nous nous sommes aperçue que certains d'entre eux ont rencontré des difficultés dans l'utilisation de leurs instruments : des longueurs mal reportées et des angles droits qui ne sont pas construits en s'appuyant sur les bords de l'équerre. Rappelons que nous entendons par « longueur mal reportée », une longueur qui diffère d'au moins 2 mm de la longueur attendue et que par « angle droit mal construit », un angle qui ne mesure pas entre 88° et 92°. Nous avons répertorié dans le tableau ci-dessous (Tableau XV) le nombre de reproductions qui témoignent de ces difficultés.

Tableau XV : Répertoire des erreurs dans les reproductions

Difficultés à propos des	Longueurs	Angles droits	Total de productions
Scénario 1	14	9	50
Scénario 2	14	8	50
Scénario 3	19	7	50
Total	47	24	150

Nous remarquons que 47 constructions sur 150 comportent des erreurs de longueurs mal reportées, ce qui représente une reproduction sur quatre (25%). Pour ce qui est de la construction d'angles droits, sur 24 reproductions (sur 150), les angles ont été construits sans suivre correctement les bords de l'équerre, ce qui représente 16% de l'ensemble des reproductions. Par ailleurs, nous remarquons que le nombre de ces erreurs de construction est relativement stable d'un scénario à un autre. De fait, il n'y a eu aucune institutionnalisation : l'expérimentatrice n'a fait aucun retour après chaque scénario et la seule correction donnée aux élèves a été la superposition de la reproduction et du calque; c'était donc une autocorrection. Aussi, un élève qui ne savait pas utiliser correctement ses instruments de géométrie ou le papier quadrillé a eu peu de chance de comprendre entièrement l'origine de ses erreurs. Dans le contexte de cette expérimentation, un tel élève risquait de reproduire les mêmes schèmes d'action en utilisant ses instruments dans le scénario suivant. Une telle situation ne devrait pas se produire en contexte d'apprentissage dans le déroulement ordinaire de la classe.

Nous nous sommes intéressée à comprendre dans quelles circonstances les élèves ont commis des erreurs de construction d'angle droit. Nous avons voulu voir si ces difficultés de construction sont liées au support et/ou aux types de figures. Dans le tableau ci-dessous (Tableau XVI), nous avons séparé les erreurs de construction des angles droits disposés en position prototypique ou non-prototypique. Comme dans certaines figures (C, B, E), des angles droits sont disposés de ces deux façons, nous comptabilisons deux erreurs pour un élève qui ne réussit ni la construction d'angle droit en position prototypique ni celle en position non-prototypique dans une même figure.

Tableau XVI : Erreurs de construction d'angle droit selon le support papier et la disposition dans la figure

Angle droit	Quadrillage		Blanc	
	Prototypique	Non-prototypique	Prototypique	Non-prototypique
Scénario 1	0	2	4	4
Scénario 2	1	4	0	5
Scénario 3	1	1	0	5
Total	2	7	4	14
Global	9		18	

Sans surprise, nous observons que les élèves ont eu plus de difficultés à construire les angles droits en position non-prototypique que ce soit dans un quadrillage (7 erreurs) ou sur papier blanc (14 erreurs). Nous avons donc un total de 21 erreurs sur 27 erreurs répertoriées, ce qui représente plus des 3/4. Nous remarquons aussi que les élèves ont également eu davantage de difficultés à construire des angles droits sur le papier blanc. Plus de la moitié des erreurs a été réalisée sur le papier blanc avec 18 erreurs sur 27, comparativement à 9 erreurs sur 27 pour le papier quadrillé. Il est intéressant de remarquer que quelques élèves ont commis quelques erreurs lors de la construction d'angles droits disposés en position prototypique que ce soit sur quadrillage (2 erreurs) ou sur papier blanc (4 erreurs) soit un total de 6 erreurs sur 27, ou environ une erreur sur cinq. Ceci nous indique que l'usage du papier quadrillé et celui de l'équerre ne sont pas transparents ou, à tout le moins, que tous les élèves de notre échantillon ne maîtrisent pas ces deux instruments lorsque les figures ne sont pas disposées de façon prototypique. Nous avons là une indication pour orienter le travail de l'enseignant : les élèves auront intérêt à s'exercer à les utiliser pour réduire leurs maladresses. Par ailleurs, il est intéressant de mentionner que ces maladresses, à propos de l'usage des instruments, sont similaires à celles observées par Offre, Perrin-Glorian et Verbaere (2006) chez des élèves de CM2 en France (ce qui correspond à des élèves de 5^{e} année au Québec).

Nous nous sommes donc intéressée à savoir si, malgré les erreurs liées à la manipulation des instruments, les élèves ont repéré les relations qui existent à l'intérieur de la figure (relations spatiales et relations d'incidence). Ainsi, un élève, qui a produit une figure que nous avons qualifiée de « non-réussie », aurait-il pu comprendre ce qui était attendu pour reproduire adéquatement la figure? En effet, certains élèves ont semblé être capables de se donner une représentation mentale adéquate de la figure, observable par la description donnée, mais n'ont pas été en mesure de la reproduire à cause d'une utilisation mal habile des instruments de géométrie. En termes d'ETM$_G$, il nous semble pertinent de dire que la « compréhension » de la figure traduit une activation de la genèse sémiotique, tandis que la « réussite » de la figure témoigne d'une activation efficace de la genèse instrumentale. Ainsi, un élève qui réussirait la figure aurait une activation de la genèse sémiotique et de la genèse instrumentale concomitantes. Au contraire d'un élève qui aurait une bonne compréhension de la figure, selon sa description, sans réussir à la reproduire, nous pourrions dire qu'il a su activer la genèse sémiotique au détriment de la genèse instrumentale (Figure 35).

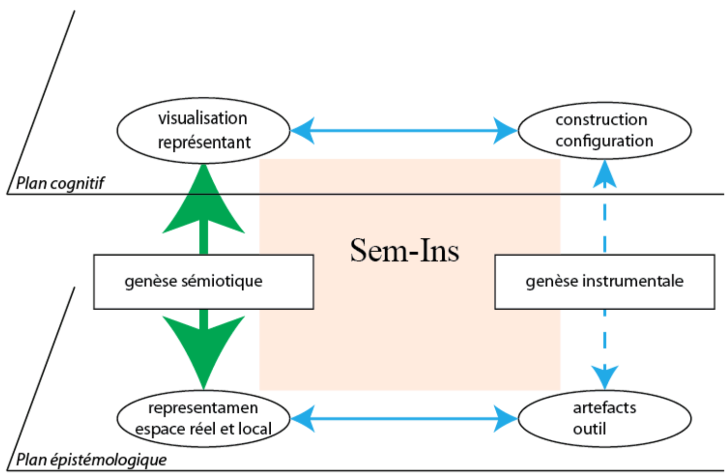


Figure 35: Genèses sémiotique activée et instrumentale défaillante

Les figures ci-dessous (Figure 36, Figure 37) illustrent la distinction à faire entre « compréhension » et « réussite » : les deux élèves semblent avoir « compris » que le triangle rectangle et le carré étaient adjacents, que les dimensions du triangle rectangle avaient un lien avec le côté du carré, mais les tracés n'ont pas la précision attendue. En particulier, nous pouvons constater que ces deux élèves n'ont pas exploité le fait que la figure était sur quadrillage : les lignes et les nœuds du quadrillage n'ont pas été utilisés avec pertinence pour la construction du triangle rectangle.

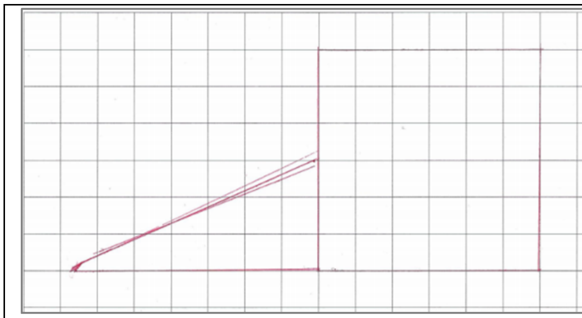


Figure 36 : Figure A, scénario 2, Monica

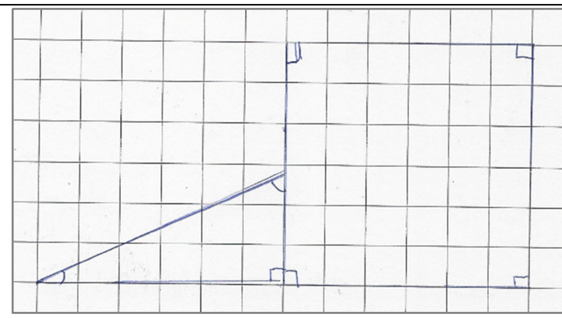
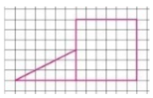
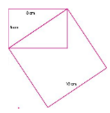
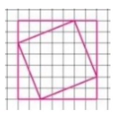
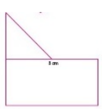
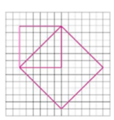
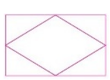


Figure 37: Figure A, scénario 1, Elaine

Le tableau à la page suivante (Tableau XVII), nous permet, pour chaque scénario et pour chaque figure, de repérer les écarts entre la « réussite » et la « compréhension » de figure. Si nous comparons les résultats issus des scénarios 1 et 2, il ne semble pas y avoir de différences flagrantes entre les deux en ce qui a trait à la compréhension de la figure modèle.

Tableau XVII : Les résultats selon les trois scénarios et les différentes figures

	Scénario 1		Scénario 2		Scénario 3	
	Comprise	Réussie	Comprise	Réussie	Comprise	Réussie
Figure A 	9/9	5/9	7/8	6/8	4/8	4/8
Figure B 	5/8	3/8	7/9	4/9	4/8	3/8
Figure C 	8/8	8/8	8/9	8/9	2/8	1/8
Figure D 	8/9	7/9	8/8	6/8	3/8	3/8
Figure E 	6/8	4/8	6/8	5/8	3/9	3/9
Figure F 	7/8	4/8	8/8	6/8	9/9	8/9
Total	43/50	31/50	44/50	35/50	25/50	22/50

Ainsi, par exemple, nous remarquons que dans le scénario 1, la figure A a été réussie par cinq élèves sur neuf alors que, dans ce même groupe, tous ont semblé la comprendre. L'écart entre la « compréhension » de la figure et la « réussite » semble diminuer au fil des constructions et des scénarios. Peut-il y a voir eu un effet d'entrainement d'une séance à l'autre, c'est-à-dire d'un scénario à l'autre? C'est possible puisque la plupart des élèves ont découvert l'activité de reproduction de figures à l'aide des instruments. Ainsi, cet écart pourrait sans doute diminuer si l'on poursuivait ce genre d'activités en classe.

Finalement, dans le scénario 3, 22 constructions ont bien été réalisées sur les 25 qui semblent avoir été comprises. Ici, il est intéressant de constater qu'il n'y a pratiquement aucune erreur liée aux maladresses mais qu'à peine un élève sur deux a compris entièrement ce qu'il fallait faire. On peut supposer que les élèves qui ont été en mesure de visualiser la figure d'après le programme de construction (activation de la genèse sémiotique) ont réussi l'activité (activation de la genèse instrumentale). Cette observation est peut-être liée au fait que le programme de construction indique toutes les étapes pour construire la figure : les élèves qui ont réussi à se faire une représentation mentale de la figure y ont associé un usage pertinent des instruments de géométrie. Ceci semble s'appliquer tout particulièrement à la figure F (losange dans rectangle) dont la construction est particulièrement bien comprise et réussie dans le scénario 3 (8 réussites comparativement à 4 réussites dans le scénario 1 et à 5 réussites dans le scénario 2). En effet, le programme de construction demande explicitement de repérer les milieux de chaque côté du rectangle pour ensuite les utiliser comme sommets du losange : les propriétés géométriques de la figure sont décrites et les instruments à utiliser sont bien connus des élèves. Cela nous laisse supposer que, dans les scénarios 1 et 2, les élèves n'avaient peut-être pas repéré cette caractéristique de la figure F.

2.5. Les constructions dans le scénario 3

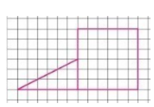
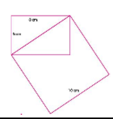
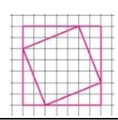
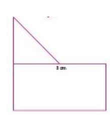
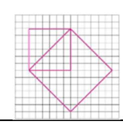
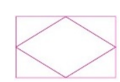
2.5.1. L'élaboration des programmes de construction

Comme nous l'avons mentionné au début de ce chapitre, c'est dans le scénario 3 où tous les élèves ont rencontré plus de difficultés pour la construction des figures en suivant un programme de construction. Une majorité d'entre eux n'étaient pas familiers avec les programmes de construction (textes injonctifs) et la compréhension de ces textes a été laborieuse. Plusieurs élèves ont été découragés parce qu'ils n'ont pas réussi à comprendre une ou plusieurs étapes du programme de construction. Ils ont donc demandé du soutien à l'expérimentatrice pour la lecture du texte.

Comme nous l'avions anticipé, nous savions que ce scénario allait être problématique pour les élèves. Mais la rédaction des programmes de construction a aussi été un défi pour la chercheuse. Comme les élèves ne maîtrisent pas encore la désignation des points des figures par les lettres, il a été difficile de rédiger les relations spatiales entre les figures élémentaires en utilisant du vocabulaire géométrique et des structures de phrases accessibles pour des élèves de 4^{e} année. Nous n'avons pas pu éviter l'utilisation de structures grammaticales complexes et d'un vocabulaire avec lesquels les élèves n'étaient pas toujours très familiers pour indiquer la position d'une figure par rapport à une autre. Des termes comme « dans le prolongement de l'un de l'autre », « prolonge une largeur », « repère les points milieux », « diagonale sera le côté d'un nouveau carré » et l'utilisation de pronoms comme « dont » ont rendu la lecture des programmes de construction plus ardue pour les élèves. Pour limiter les difficultés liées au vocabulaire, lorsque cela a été possible, nous avons employé du vocabulaire plus accessible pour les élèves. Cependant, cela a eu comme conséquence le recours à du vocabulaire issu du langage naturel, comme « collé au côté », « à l'extérieur du triangle », ce qui a pu laisser place à des ambiguïtés dans l'interprétation du programme de construction et aboutir à des erreurs de construction.

Comme nous pouvons le voir dans le tableau ci-dessous (Tableau XVIII), la réussite des constructions de figures témoigne de la difficulté de l'entrée dans la compréhension d'un programme de construction. Seule la construction de la figure F a été bien réussie par les élèves : 8 constructions sur 9. La deuxième figure la mieux réussie a été la figure A, soit 4 constructions sur 8. La figure C a été celle qui a été la moins bien réussie avec seulement 1 construction réussie sur 8.

Tableau XVIII : Les résultats liés au scénario 3

Figure	A 	B 	C 	D 	E 	F 
Réussie	4	3	1	3	3	8
Non-Réussie	4	5	7	5	6	1
Total	8	8	8	8	9	9

Le cas de la figure C illustre bien les difficultés que nous avons-nous même vécues en rédigeant les programmes de construction. Le texte que nous avons proposé aux élèves était le suivant :

- Construis un carré de 7 cm de côté.
- Sur chaque côté du carré, marque 4 points à 2 cm de chaque sommet, en tournant toujours dans le même sens.
- Relie ces 4 points entre eux pour former un nouveau carré.

Le nouveau carré à l'intérieur du grand carré a des côtés qui mesurent environ 5,4 cm.

En fait, rédigée ainsi, la 2e phrase de ce texte contient une redondance qui nous a échappée : « sur chaque côté du carré, marque 4 points… ». Comment placer 4 points sur chaque côté du carré?

C'est ainsi que 6 élèves sur 8 ont tenté de dessiner exactement 4 points à 2 cm de chaque sommet et donc de tracer au final 16 points (Figure 38 et Figure 39). Les élèves ont été perturbés par cette indication qui portait à confusion. Une phrase correcte aurait été : « Sur chaque côté du carré, marque un point à 2 cm du sommet… ».

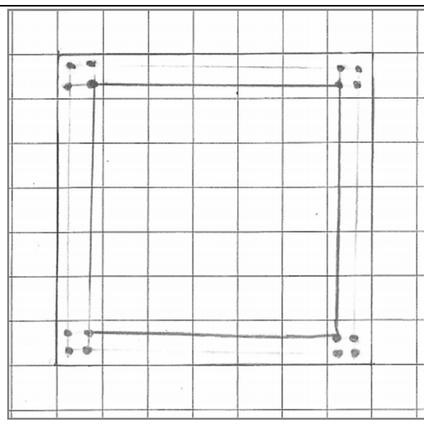


Figure 38 : Scénario 3, figure C, Jean

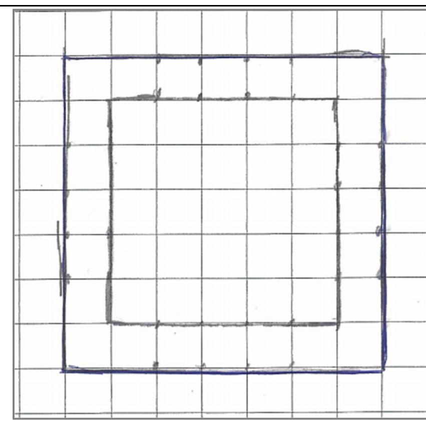


Figure 39 : Scénario 3, figure C, Kevin

Malgré cette erreur, une élève a construit la figure attendue (Figure 40). Ceci nous montre que le programme de construction pouvait être réussi par quelques élèves capables d'interpréter les implicites du texte, ou faire fi de ses redondances.

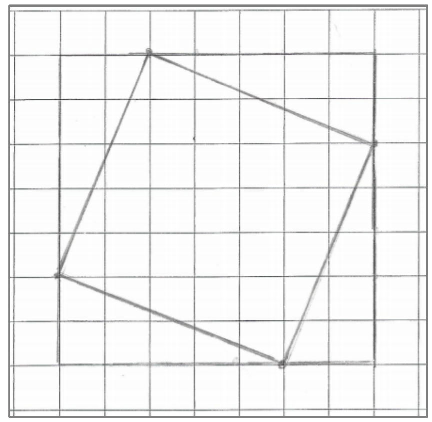


Figure 40 : Scénario 3, figure C, Ophélie

Ainsi, un seul mot dans un programme de construction peut en changer la signification et par le fait même avoir un impact sur la réussite de la construction. Si nous avions réalisé une institutionnalisation de l'activité, nous aurions sans doute eu l'occasion de revenir sur cette ambiguïté et peut-être proposer l'introduction des lettres pour la désignation des points.

2.5.2. Les erreurs réalisées dans les constructions

Malgré les faibles réussites, nous avons voulu voir à quels endroits les élèves avaient rencontré le plus de difficultés. Nous nous sommes donc intéressée à trois éléments : la nature des figures, la dimension des figures et les relations spatiales. Par « nature des figures », nous avons voulu voir si les élèves ont été en mesure de construire les figures élémentaires mentionnées dans le programme de construction. Par « dimension des figures », nous avons voulu voir si les élèves ont construit les figures élémentaires selon les bonnes dimensions et finalement, par « relation spatiale », si les élèves ont réussi à bien organiser les figures élémentaires entre elles.

Tableau XIX : Scénario 3, les erreurs de construction

	Nature des figures			Dimension des figures			Relation spatiale		
	Quad.	Blanc	Total	Quad.	Blanc	Total	Quad.	Blanc	Total
Réussie	23	20	43	15	16	31	9	14	23
Non-réussie	2	5	7	10	9	19	16	11	27
Total	25	25	50	25	25	50	25	25	50

Comme nous pouvons l'observer dans le tableau précédent (Tableau XIX), dans 43 constructions sur 50, soit 86% de l'effectif, les élèves ont réussi la construction des figures élémentaires. Dans 31 constructions sur 50, soit 62% de l'effectif, les élèves ont aussi respecté les dimensions. Finalement, c'est le respect des relations spatiales entre les figures élémentaires qui a été le plus difficile pour les élèves : dans 23 constructions sur 50, soit moins de la moitié de l'effectif, les figures élémentaires sont bien orientées et bien associées entre elles. Ceci nous montre que dans l'application d'un programme de construction l'expression utilisée pour décrire les relations spatiales entre les figures élémentaires semble avoir une grande influence sur la réussite des constructions. De fait, l'utilisation d'un langage qui n'est ni géométrique ni clairement formalisé pour décrire ces relations spatiales semble être un défi autant pour la chercheuse que pour les élèves.

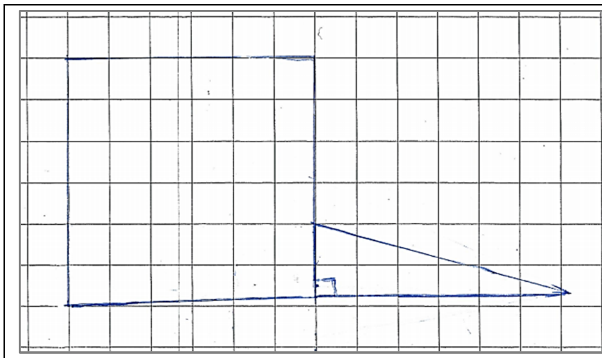


Figure 41: Scénario 3, figure A, Luc

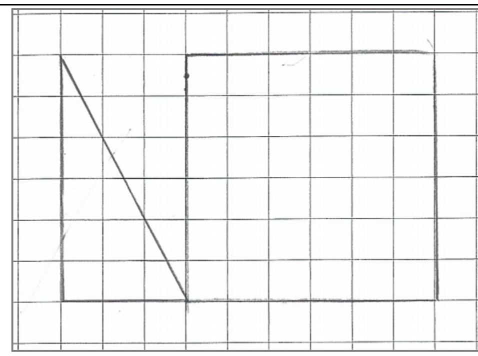


Figure 42: Scénario 3, figure A, Yannis

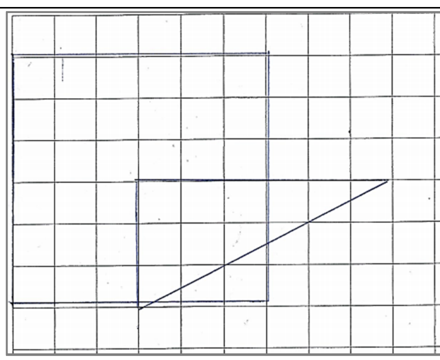


Figure 43: Scénario 3, figure A, Pamela

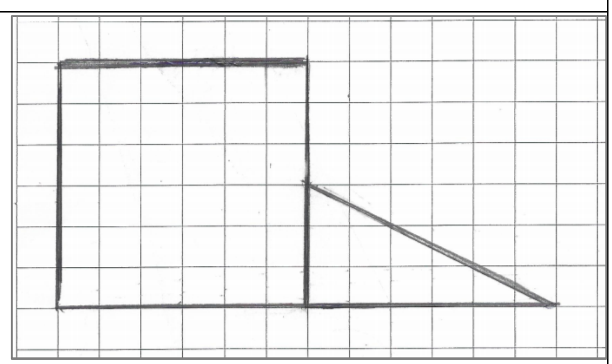


Figure 44: Scénario 3, figure A, Martine

Voici quatre constructions de la figure A pour expliciter nos propos. Comme nous pouvons le voir les quatre élèves ont construit les bonnes figures élémentaires : un carré et un triangle rectangle. Mais, trois d'entre eux, Yannis, Pamela et Martine, ont construit les figures de bonnes dimensions sans toujours respecter la relation spatiale et deux autres (Luc et Martine) respectent la relation spatiale sans toujours respecter les dimensions des figures élémentaires.

2.5.3. Les limites du scénario 3

Pour toutes ces raisons, nous considérons que le scénario 3 a ses limites. En effet, dans les scénarios 1 et 2, nous attendions des élèves qu'ils utilisent du vocabulaire géométrique correct et qu'ils décrivent les relations spatiales entre les figures élémentaires précisément. Cependant, le scénario 3, nous montre bien que cette tâche est très difficile pour l'enseignante et pour les élèves, mais pour des raisons différentes : l'enseignante doit proposer un texte injonctif que les élèves comprendront et dans lequel il n'y aura qu'un minimum d'ambiguïtés, l'élève doit produire un texte descriptif alors qu'il ne maîtrise pas nécessairement tous les mots de vocabulaire ni la syntaxe adéquate (Pierrard, 2004). Nous pensons que cette activité serait plus profitable pour les élèves s'ils maîtrisaient la désignation des points à l'aide des lettres. Cela limiterait l'utilisation de vocabulaire complexe et approximatif et des structures de phrase élaborées pour décrire les relations spatiales entre les figures. C'est là une limite que nous rencontrons à notre expérimentation et qui mériterait d'être davantage investiguée.

2.6. Conclusions à propos des reproductions ou des constructions

D'une façon générale, les élèves ont plutôt mieux réussi la reproduction de figure dans le contexte du scénario 2 où on leur a demandé de commencer par décrire la figure avant d'être autorisés à la reproduire. Cependant, comme dans les scénarios 1 et 2, les résultats sont proches les uns des autres, avec un léger « avantage » pour le scénario 2, il est difficile d'affirmer que celui-ci est bien le scénario où l'organisation de la tâche est la meilleure source d'apprentissage pour les élèves : il faudrait valider ce constat auprès d'un plus grand échantillon d'élèves.

Le scénario 3 est celui dans lequel les élèves ont le moins bien réussi : les élèves ont eu beaucoup plus de difficultés à construire les figures en suivant le programme de construction. Ceci laisse entendre que la référence visuelle à la figure est sans doute une aide à sa reproduction et que les textes injonctifs sont plus difficiles à interpréter pour les élèves. En effet, contrairement aux scénarios 1 et 2, les erreurs des élèves n'ont pas été liées à une mauvaise utilisation des instruments de géométrie, mais plutôt à une difficulté à respecter les relations spatiales entre les figures élémentaires. En effet, l'utilisation de structures de phrase complexes et de vocabulaire courant pour décrire les relations spatiales entre les figures élémentaires ont pu laisser place à une plus grande interprétation chez les élèves. Ainsi, les élèves avec de plus grandes compétences langagières ont su se donner une meilleure visualisation de la figure (activation de la genèse sémiotique) et ont réussi la construction demandée (activation de la genèse instrumentale). Le cas de la figure C illustre en quoi la rédaction d'un programme de construction est une tâche difficile pour l'enseignant, tant et aussi longtemps que les élèves ne maîtriseront pas la désignation des points par les lettres, puisqu'un seul mot peut en changer sa signification et avoir un impact sur la réussite de la construction. Ainsi, ces ambiguïtés montrent en quoi l'introduction de la désignation des points par les lettres pourrait sans doute alléger les textes injonctifs et permettre aux élèves de respecter des relations spatiales entre les figures élémentaires.

Par ailleurs, contrairement à nos attentes, le papier quadrillé ne semble pas apporter une aide particulière aux élèves. En effet, les différences dans les réussites sur papier blanc dans les scénarios 1 et 2 par rapport aux réussites sur quadrillage sont assez faibles mais, dans le scénario 3, les élèves ont mieux réussi leur construction sur papier blanc que sur quadrillage (14 réussites sur papier blanc et 8 réussites sur papier quadrillé). De fait, le quadrillage semble être accessoire pour certains élèves : ils n'en suivent ni les lignes ni les nœuds. Ces élèves ne considèrent pas que le papier quadrillé soit un instrument de géométrie transparent en lui-même. Les élèves bénéficieraient sans doute d'un enseignement explicite de son utilisation et des propriétés géométriques sous-jacentes.

Les résultats suggèrent aussi que la réussite à reproduire une figure pourrait être reliée à la nature des figures, à leur composition et à leur position dans la page. De fait, ce sont les figures B et E, ayant des angles droits en position non-prototypiques, qui ont été les moins bien réussies. Comme la figure B est sur papier blanc et la figure E est sur papier quadrillé, cela nous montre encore que le support papier n'a pas grande importance. Les élèves sont habitués de travailler avec des figures usuelles dont les côtés suivent le bord de la page. Ainsi, lorsqu'ils travaillent sur des figures qui ne le sont pas, ils ont de la difficulté à analyser géométriquement leur perception et à manipuler correctement les instruments de géométrie. Certains élèves n'ont pas une motricité fine très développée : coordonner la tenue de la règle ou de l'équerre avec une main et le tracé avec l'autre est difficile. De même, le report de longueurs est également une source d'erreurs surtout lorsque les segments ne sont pas disposés horizontalement dans la page. Enfin, la construction d'angles droits peut poser problème à certains élèves surtout lorsqu'ils sont en position non-prototypique. Tous ces éléments nous montrent que l'utilisation de la règle graduée et de l'équerre est très fragile et que les élèves bénéficieraient d'en faire un usage plus fréquent ou encore que les élèves devraient travailler davantage sur des figures en position non-prototypique et ainsi approfondir leur fonctionnement en GI.

3. Résultats à propos des descriptions

3.1. Les descriptions individuelles

Nous avons analysé les descriptions individuelles selon les critères suivants, tels que présentés dans la méthodologie (paragraphe 2.1.5 p.61) :

1) La description est-elle complète ou non? Dans le cas où elle ne l'est pas, quels sont les éléments manquants?

2) Les élèves maîtrisent-ils le vocabulaire géométrique?

   a. Utilisent-ils les termes géométriques dans les bonnes circonstances?

   b. Quel usage du vocabulaire spatial les élèves font-ils pour indiquer les relations entre les sous-figures?

3) Les élèves décrivent-ils les figures en termes de juxtaposition, de superposition ou les deux à la fois?

4) La description fait–elle référence à une déconstruction de la figure? Si oui, quelles sont les dimensions privilégiées pour ce faire? pour vérifier si elles étaient complètes. Lorsqu'elles étaient incomplètes, nous avons regardé quels éléments étaient manquants. Ensuite, nous avons regardé si les élèves décrivaient les figures en termes de déconstruction dimensionnelle. Nous avons cherché à voir si les élèves les décrivaient en termes de 0D, 1D ou 2D.

Les résultats sont présentés dans les paragraphes suivants.

3.1.1. Les descriptions complètes ou non

Rappelons que pour des commodités de communication, nous appelons « description complète » tout texte dans lequel les éléments nécessaires à la reproduction de la figure sont présents (nature des figures, dimensions, relations spatiales entre les figures élémentaires), sans tenir compte de la redondance ou des informations superflues comme les angles droits dans un rectangle.

Tableau XX : Les descriptions individuelles de toutes les figures selon les scénarios 1 et 2

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">Complète</td><td colspan="2">Incomplète</td><td>Total</td></tr>
<tr><td></td><td>Quadrillé</td><td>Blanc</td><td>Quadrillé</td><td>Blanc</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Scénario 1</td><td>2</td><td>6</td><td>23</td><td>19</td><td rowspan="2">50</td></tr>
<tr><td colspan="2">8</td><td colspan="2">42</td></tr>
<tr><td></td><td>Quadrillé</td><td>Blanc</td><td>Quadrillé</td><td>Blanc</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Scénario 2</td><td>4</td><td>2</td><td>21</td><td>23</td><td rowspan="2">50</td></tr>
<tr><td colspan="2">6</td><td colspan="2">44</td></tr>
</table>

Comme nous pouvons le voir dans le Tableau XX, dans le scénario 1, 8 descriptions sur 50, soit 16%, ont été considérées complètes, tandis que 42 descriptions sur 50, soit environ 84%, ne l'ont pas été. Dans le scénario 2, les résultats sont similaires. En effet, 6 descriptions sur 50 ont été jugées complètes (12%) et 44 descriptions sur 50 (88%) ne l'ont pas été. C'est pourquoi, nous nous sommes intéressée à caractériser les manques, voire les absences dans les descriptions dans les deux scénarios, que ce soit à propos de la nature des figures élémentaires, des relations spatiales ou des dimensions.

Dans le Tableau XXI (p.116), nous avons répertorié les éléments « absents » ou « manquants » associés aux descriptions individuelles « incomplètes ».

Nous utilisons le terme « absence » lorsqu'il n'y a aucune mention de la nature des figues, des dimensions ou des relations spatiales dans la description de l'élève et le terme « manque » lorsque certaines de ces relations sont mentionnées sans qu'elles ne le soient toutes. Par exemple, prenons trois descriptions de la figure C pour expliciter le sens que nous donnons à « absence de relation spatiale » et à « manque » (relation spatiale imprécise).

La figure C est composée d'un carré de 7cm de côté.
Dans ce segment, il y a un autre carré, mais un
peu plus penché vers la gauche. Le carré a l'intérieur de l'autre
carré mesure de deux centimètres. 15,4 cm. Les deux ont
ensemble 8 angles droit. Le grand ~~[illegible]~~ ressemble avoir quatre
quadrilatère
triangles rectangles au chaques côtés du plus petit carré.

Figure 45 : Scénario 1, description complète (Nadia)

Ce sont deux carré un à l'interieur
de l'autre un mesure 7cm par 7cm
et le plus petit 5 cm par 5cm
ils ont tous les deux des
angle droit.

Figure 46: Scénario 1, description avec éléments manquants (Martine)

Ma figure a, 2 carrés un qui mesure 7 cm de chaque
5 cm
côtés et l'autre 5 et ~~demie~~ aussi de chaque côtés. Aussi
Près du deuxième carré, les côtés son comme des triangles.
Plus c'est un quadrilatere puice qu'il ~~est~~ a quatre
côtés. Et huit angle droit.

Figure 47: Scénario 1, absence de relations spatiales (Pamela)

Dans sa description, Nadia (Figure 45) indique la position relative des deux carrés l'un par rapport à l'autre : « *dans [cette figure], il y a un autre carré, mais un peu plus penché de deux centimètres vers la gauche* »[8]. C'est une description complète. Dans la sienne, Martine (Figure 46) n'indique pas comment sont placés les deux carrés : « *ce sont deux carrés un à l'intérieur*

[8] Pour faciliter la lecture des descriptions des élèves, nous les avons réécrites en corrigeant les erreurs orthographiques et grammaticales sans en modifier la structure de phrase.

de l'autre ». C'est une description avec « manque ». Enfin, dans son texte, Pamela, (Figure 47), ne mentionne aucune relation spatiale : « *ma figure a 2 carrés un qui mesure 7 cm de chaque côté et l'autre 5,5 cm aussi de chaque côté* ». C'est donc une description avec absence de relation spatiale.

Tableau XXI : Descriptions individuelles incomplètes de toutes les figures des scénarios 1 et 2

Incomplète	Figures élémentaires		Mesures		Relations spatiales		
	absence	manque	absence	manque	absence	manque	Total
Scénario 1	4	7	17	10	27	10	42
Scénario 2	1	11	13	6	24	14	44
Total	5	18	30	16	51	24	86
Globalement	23		46		75		

En regardant le Tableau XXI ci-dessus, nous pouvons tout de suite remarquer que les manques ou les absences les plus faibles concernent les figures élémentaires et c'est à propos des relations spatiales que les manques ou les absences sont les plus nombreux. En tout, dans 23 (5 + 18) descriptions sur les 100 dont nous disposons, les figures élémentaires ne sont pas mentionnées, totalement ou partiellement. On peut considérer que c'est très peu dans la mesure où une telle activité était nouvelle pour bon nombre d'élèves. Mais, dans le même temps, cela s'explique aussi par le fait que la consigne était de décrire la figure à reproduire ou reproduite, donc les éléments géométriques qui la composent sont de première importance. À l'opposé, dans 75 descriptions (51 + 24) sur les 100 productions des élèves, les relations spatiales sont manquantes ou absentes. Ceci trouve sans doute son explication dans le fait que cette partie de la description est particulièrement délicate et les élèves font face à un dilemme : dans quels mots peut-on décrire la situation puisque l'on n'a aucune information à ce propos. On pourrait dire que les élèves se sont retrouvés face à la même difficulté que la chercheuse dans le scénario 3 : en quels mots traduire une relation spatiale quand le vocabulaire géométrique dont on dispose ne le permet pas vraiment?

Cas des figures élémentaires

Nous avons codé « figure élémentaire manquante » toute description dans laquelle l'élève omet de nommer l'une des figures élémentaires de la figure modèle, telles que carré, rectangle, triangle et losange. Sont aussi dans cette catégorie toutes les descriptions dans lesquelles l'élève utilise seulement le terme « quadrilatère » ou un vocabulaire inadéquat pour les figures élémentaires. À titre d'exemple, prenons la description ci-dessous de la figure D d'Ophélie (Figure 48) qui parle d'un « triangle isocèle » sans préciser qu'il est également rectangle.

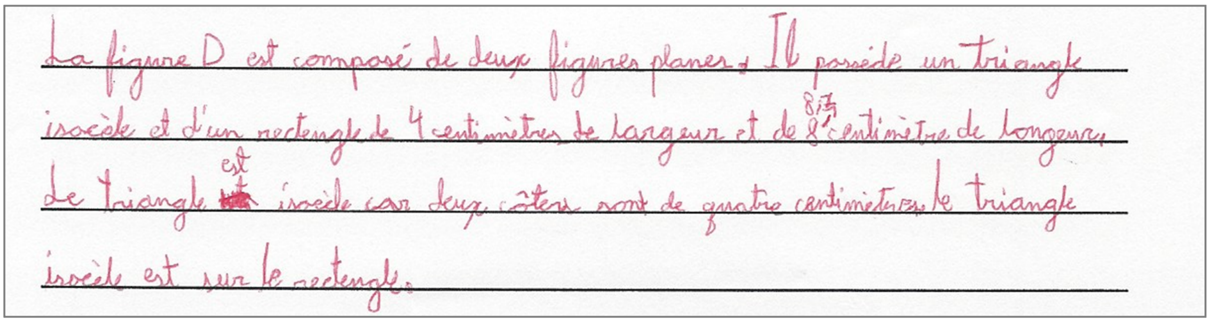

La figure D est composé de deux figures planes. Il possède un triangle isocèle et d'un rectangle de 4 centimètres de largeur et de 8 centimètre de longeurs. Le triangle est isocèle car deux côtés sont de quatre centimètres. le triangle isocèle est sur le rectangle.

Figure 48 : Scénario 2, description imprécise de la figure D (Ophélie)

Prenons à titre d'exemple la description de la figure A d'Abraham (Figure 49) pour illustrer la signification de l'intitulé « aucune figure élémentaire mentionnée ». Comme nous pouvons le voir, Abraham ne nomme ni le carré ni le triangle rectangle pour décrire la figure A.

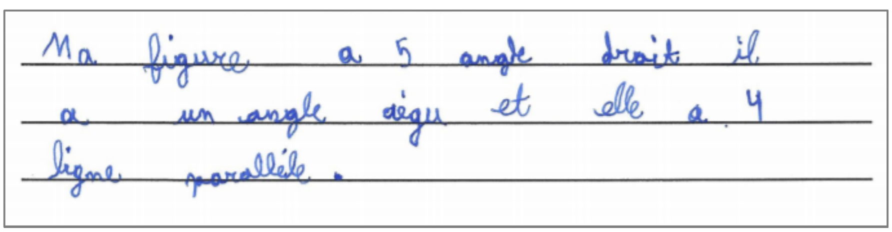

Ma figure a 5 angle droit il a un angle aigu et elle a 4 ligne parallèle.

Figure 49 : Scénario 1, description de la figure A, absence de figure élémentaire (Abraham)

Globalement, d'après le Tableau XXI, nous constatons qu'il n'y a pas de différence notoire entre les scénarios 1 et 2 pour la mention des figures élémentaires. En effet, dans le scénario 1, 4 descriptions sur 42 descriptions incomplètes ne comportent aucune figure élémentaire et, dans 7 descriptions sur 42, l'élève oublie de nommer au moins une de ces figures pour décrire la figure modèle (« certaines figures élémentaires ne sont pas nommées »). On constate que les résultats sont sensiblement les mêmes pour le scénario 2. En effet, dans une description sur 44, aucune mention de figures élémentaires n'est faite et dans 11 descriptions sur 44 des figures élémentaires sont manquantes. Cependant, nous avons remarqué que, dans le scénario 1, toutes les descriptions qui ont été codées « manque » sont des descriptions dans lesquelles l'une des deux figures élémentaires n'est pas du tout mentionnée. Dans le scénario 2, ce même code peut renvoyer à deux situations : l'une des deux figures n'est pas mentionnée ou l'une des figures n'est pas qualifiée (ex. : triangle au lieu de triangle rectangle). C'est le cas de trois descriptions sur 11 où l'élève a oublié de préciser la nature des triangles (rectangle, isocèle ou isocèle-rectangle).

Cas des mesures

En revanche, à propos des mesures de longueurs, en regardant le Tableau XXI, il y a une différence entre les scénarios 1 et 2. En effet, dans le scénario 1, dans 17 descriptions sur 42 (environ 40%) aucune dimension des figures n'est proposée et dans 10 sur 42 (environ 24%) il en manque au moins une. Mais, on peut dire aussi que, parmi les 42 descriptions incomplètes, dans 15 cas, toutes les mesures nécessaires à la reproduction de la figure étaient mentionnées. Autrement dit, ces élèves étaient attentifs au rôle joué par les mesures dans la reproduction d'une figure.

Or, dans le scénario 2, nous constatons une baisse des manques : 13 descriptions sur 44 (environ 30%) ne proposent aucune mesure de longueurs et 6 descriptions sur 44 (environ 14%) ont des mesures manquantes. Ainsi, dans le scénario 2, parmi les 44 descriptions dites incomplètes, dans 25 d'entre elles, on trouve toutes les mesures nécessaires à la reproduction des figures, ce qui représente 10 descriptions de plus que dans le scénario 1. Nous pourrions voir là un indice du fait que, dans le scénario 2, les élèves ont été plus sensibles à la présence des mesures de longueurs dans leurs descriptions comparativement au scénario 1. Se pourrait-il que les élèves aient été plus alertes à ce sujet vu qu'ils anticipaient la reproduction cette figure modèle? La description permettrait d'activer avec plus d'efficacité la genèse sémiotique : l'élève, en décrivant, anticiperait ce qu'il reproduira. C'est une hypothèse à vérifier.

Cas des relations spatiales

Nous remarquons que la plus grande difficulté pour les élèves est d'indiquer correctement les relations spatiales entre les figures élémentaires à l'intérieur d'une même figure. En effet, tous scénarios confondus, dans 51 descriptions sur 86, on ne trouve aucune mention de relation spatiale entre les deux figures élémentaires et, dans 24 descriptions sur 86, au moins une relation spatiale est manquante ou déficitaire.

D'après le Tableau XXI, il ne semble pas y avoir de différence notoire entre les résultats issus du scénario 1 et du scénario 2 en ce qui a trait à l'indication des relations spatiales entre les figures élémentaires. En effet, dans le scénario 1, dans 27 descriptions sur 42, on ne trouve aucune mention de relation spatiale (soit environ 64%) et dans 10 descriptions sur 42, il y a des manques (soit environ 24%). Dans le scénario 2, dans 24 descriptions sur 44, on ne voit aucune mention de relation spatiale (soit environ 55%) et dans 14 descriptions sur 44, il y a des manques (soit environ 32%). Mais là encore, la tendance est la même : les descriptions issues du scénario 2 semblent plus précises, y compris dans la présentation des relations spatiales.

Nous nous sommes ensuite intéressée à comparer les descriptions des figures tracées sur le papier quadrillé et sur le papier blanc. Il ne semble pas y avoir de différences entre les deux. Les élèves sont cohérents avec eux-mêmes : ils rédigent leurs descriptions en utilisant les mêmes termes et en omettant les mêmes éléments quel que soit le support papier.

3.1.2. Usages du vocabulaire

Erreurs de vocabulaire géométrique

Parmi les 42 descriptions incomplètes, nous avons constaté que les élèves emploient parfois des termes erronés pour décrire les figures modèles. Notons que les principales erreurs sont dues à une mauvaise utilisation des noms des figures géométriques, par exemple « carré » est utilisé pour « rectangle », « triangle isocèle » est utilisé pour « triangle rectangle ». Nous avons considéré le terme « losange » utilisé pour « carré » comme une erreur pour l'élève de 4^{e} année. Bien sûr, pour l'expert mathématique, le carré est un losange particulier. Mais, nous considérons que pour bon nombre d'élèves de 4^{e} année, la classification inclusive des quadrilatères n'est pas acquise. Ainsi, l'élève qui utilise le mot « losange » pour un carré en position non-prototypique ou disposé sur la « pointe », ne témoigne pas de la compréhension de la classification inclusive : si tel avait été le cas, il aurait utilisé le terme « carré » comme le fera un expert, c'est-à-dire en étant toujours aussi précis que possible.

Nous constatons que la maîtrise du vocabulaire géométrique semble être différente entre les scénarios, soit 15 erreurs sur 44 pour le scénario 1 (environ un tiers) et 21 erreurs sur 42 pour le scénario 2 (environ la moitié). À première vue, cette différence peut sembler surprenante : comment se fait-il que les élèves emploient davantage du vocabulaire erroné? Nous avons remarqué que dans le scénario 1 les erreurs ne portent pratiquement que sur la reconnaissance des figures élémentaires : les élèves ont utilisé « carré » pour parler d'un rectangle, « losange » pour décrire un carré et quelques élèves qualifient les triangles « d'isocèle » plutôt que de « rectangle ». Dans le scénario 2, le nombre d'erreurs liées à une mauvaise reconnaissance des figures semble être similaire; cela peut être expliqué par le fait qu'aucun retour n'a été fait entre les différents scénarios et que certains élèves ont continué à utiliser inadéquatement ces termes. Cependant, de nouveaux types d'erreurs sont présents dans les descriptions : entre autres les termes « diagonale », « hauteur », « longueur » sont utilisés, à défaut de connaitre le terme « hypoténuse », pour décrire les trois côtés d'un triangle. Cette observation laisse entendre que les élèves ont pris davantage de risques pour rédiger des descriptions plus complètes : ils ont essayé d'utiliser du vocabulaire géométrique avec lequel ils étaient moins familiers. Ces erreurs illustrent-elles une forme d'apprentissage du vocabulaire géométrique?

Usage du vocabulaire courant pour les relations spatiales

Par ailleurs, nous avons remarqué que les mots utilisés pour décrire les relations spatiales entre les figures élémentaires sont issus du vocabulaire courant. De fait, les élèves n'ont pas acquis les mots « adjacent », « aligné », « dans le prolongement de », etc. Ils sont donc limités pour décrire les relations spatiales. De plus, comme les sommets des figures ne sont pas désignés par des lettres, ils n'ont d'autre choix que d'utiliser du vocabulaire naturel pour le faire. Ainsi, des mots comme « collé à », « à côté de… », « en haut », etc. sont utilisés pour décrire les relations spatiales entre les figures.

3.1.3. La perception des figures selon la juxtaposition ou la superposition

Comme nous nous intéressons au changement de regard sur les figures, nous avons proposé aux élèves des figures complexes par assemblage de figures élémentaires juxtaposées (figures A et D) et/ou superposées (figures B, C, E et F). Nous voulions voir comment les élèves ont évoqué ces assemblages et s'ils les avaient mentionnés. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous (Tableau XXII).

D'emblée, on peut remarquer que le support n'a pas d'influence sur la perception de la figure en termes de superposition ou de juxtaposition : les nombres sont presque les mêmes dans les deux colonnes pour chaque scénario. Ensuite, on peut remarquer que du scénario 1 au scénario 2, on passe de 23 descriptions sans référence aucune à ce propos (juxtaposition ou superposition) à 18 : les descriptions issues du scénario 2 semblent plus abouties.

Tableau XXII : Juxtaposition et/ou superposition dans les descriptions

Descriptions individuelles	Scénario 1			Scénario 2		
	Quadrillage	Blanc	Total	Quadrillage	Blanc	Total
Aucune information	11	12	23	9	9	18
Juxtaposition	3	4	7	5	5	10
Superposition	7	7	14	9	8	17
Juxtaposition/superposition	4	2	6	2	3	5
Total	25	25	50	25	25	50

Dans les deux scénarios, c'est la description en termes de superposition qui semble la plus courante : 14 sur 50 dans le scénario 1 et 17 sur 50 dans le scénario 2. Finalement, dans 6 et 5 descriptions, les élèves proposent des textes où les figures élémentaires sont à la fois juxtaposées et superposées. Autrement dit, dans un scénario et dans l'autre, on constate que quelques élèves sont déjà en mesure de changer de regard sur la figure et de le mentionner dans leur description.

Figures juxtaposées

Nous avons proposé aux élèves deux figures qui étaient un assemblage de figures élémentaires par juxtaposition. De fait, la figure A est constituée d'un carré et d'un triangle rectangle juxtaposés l'un à l'autre. La figure D est constituée d'un rectangle et d'un triangle isocèle rectangle juxtaposés.

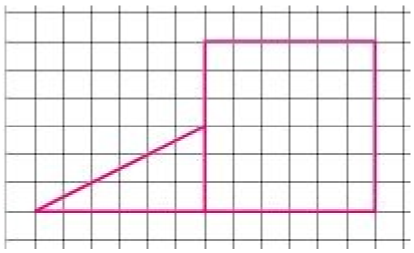
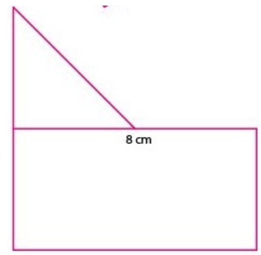
 Figure 50: Figure A	 Figure 51: Figure D

Tableau XXIII : Figures : A, D (juxtaposition de figures élémentaires)

	Scénario 1	Scénario 2	Total
Aucune information	15	10	25
Juxtaposée	3	5	8
Superposée	0	0	0
Juxtaposée et superposée	0	0	0
Total	18	15	33

Lorsque les figures sont constituées de deux figures élémentaires juxtaposées, comme le sont les figures A et D, les élèves les ont décrites soit en ne mentionnant pas leur disposition (76% de l'effectif) soit en indiquant qu'elles étaient juxtaposées l'une à l'autre. Les descriptions dans lesquelles on a retrouvé une juxtaposition ont été très rares : sur 33 descriptions, elle n'a été mentionnée que 8 fois, ce qui représente 24% de l'échantillon. Mais, comment reprocher à ces élèves qui n'avaient jamais pratiqué l'exercice de ne pas mentionner les relations spatiales entre ces deux figures élémentaires quand celles-ci sont les plus simples qui soient : la juxtaposition.

Figures superposées

Nous avons proposé aux élèves quatre figures qui étaient un assemblage de figures élémentaires par superposition. De fait, la figure B est constituée d'un rectangle et d'un carré superposés, les figures C et E sont constituées de deux carrés superposés et la figure F est constituée d'un rectangle et d'un losange superposés.

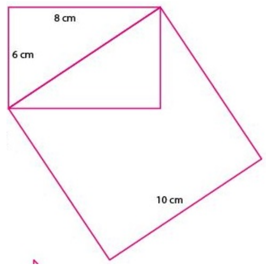


Figure 52: Figure B

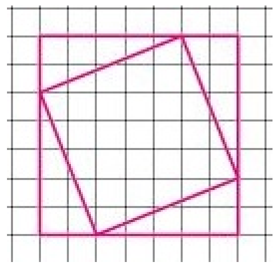


Figure 53: Figure C

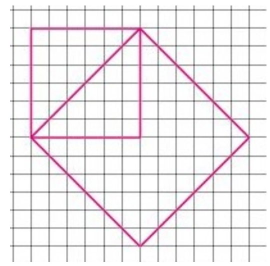


Figure 54: Figure E

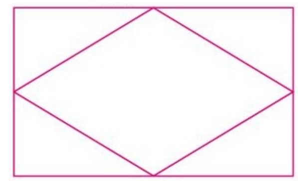


Figure 55: Figure F

Tableau XXIV : Figures : B, C, E, F (superposition de figures élémentaires)

	Scénario 1	Scénario 2	Total
Aucune information	8	8	16
Juxtaposée	4	4	8
Superposée	14	16	30
Juxtaposée et superposée	6	5	11
Total	32	33	65

À propos des figures composées de figures élémentaires superposées, il est intéressant de remarquer que certains élèves les ont perçues (et décrites) comme étant juxtaposées ou parfois comme étant composées de figures superposées et juxtaposées. Ainsi, 16 élèves sur 65 (environ 25%) ne donnent aucune information sur la disposition des figures élémentaires, ce qui est inférieur à ce que nous avions observé avec les figures A et D. De plus, 30 sur 65 (46%, soit près de la moitié) mentionnent que les figures sont superposées, quand 8 d'entre eux (12%) ne mentionnent que la juxtaposition. Il est sans doute intéressant de remarquer que 11 élèves sur 65 (soit environ 16%) décrivent les figures comme étant à la fois superposées et juxtaposées. Autrement dit, ce sont autant d'élèves qui sont déjà capables de changer leur regard sur la figure. C'est là une information intéressante qui mériterait d'être confirmée par d'autres enquêtes.

3.1.4. La déconstruction dimensionnelle

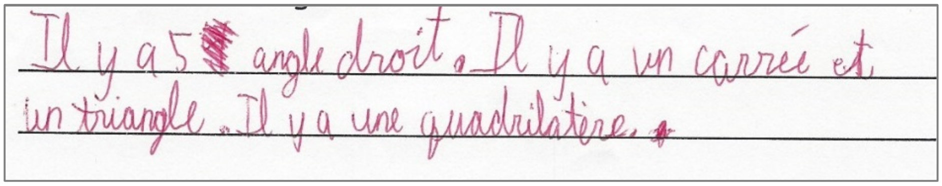
Comme le préconisent Duval et Godin (2005), nous voulions voir si les assemblages de figures par superposition ou par juxtaposition ont joué un rôle important dans les processus de déconstruction dimensionnelle pertinente (soit un passage de surfaces, 2D, aux lignes, 1D). Nous nous intéressons aux configurations de figures 1D plutôt qu'aux éléments 2D parce que nous avons voulu amener les élèves à reproduire des figures en utilisant des instruments qui produisent des formes 1D. À l'aide de la règle graduée et de l'équerre, les élèves construisent des droites parallèles, des droites perpendiculaires et des segments : contrairement à ce que l'on pourrait réaliser avec un gabarit ou un pochoir, ils ne tracent pas de surfaces; ils ne font qu'un tracé à la fois. Nous avons alors voulu voir si nos conditions de reproduction, les figures complexes choisies et les instruments proposés ont permis aux élèves de changer de regard sur les figures. Nous avons analysé les descriptions des élèves afin de voir :

- Quand évoquent-ils une déconstruction dimensionnelle de la figure?
- Les élèves se sont-ils intéressés aux éléments 1D de la figure comme les segments, les côtés, les diagonales?

Nous considérons que pour réussir la reproduction des figures B, C, E et F, la déconstruction dimensionnelle est particulièrement importante et nécessaire. En fait, dans ces figures, l'élève ne peut pas uniquement reconnaitre les figures comme une forme globale ou comme un assemblage de figures élémentaires, mais il doit bien repérer les relations d'incidence existantes entre ces figures. Par exemple, dans les figure B et E, l'élève doit repérer que la diagonale de l'une des figures est le côté de l'autre pour être en mesure de bien les reproduire.

Si tel est le cas, nous avons voulu voir si la déconstruction dimensionnelle évoquée était pertinente et utile pour la reproduction de figure ou si, au contraire, elle ne l'était pas. Nous entendons par « pertinente » toute déconstruction dimensionnelle dans laquelle nous retrouvons des éléments qui sont nécessaires à la reproduction. Prenons deux descriptions pour illustrer notre propos.

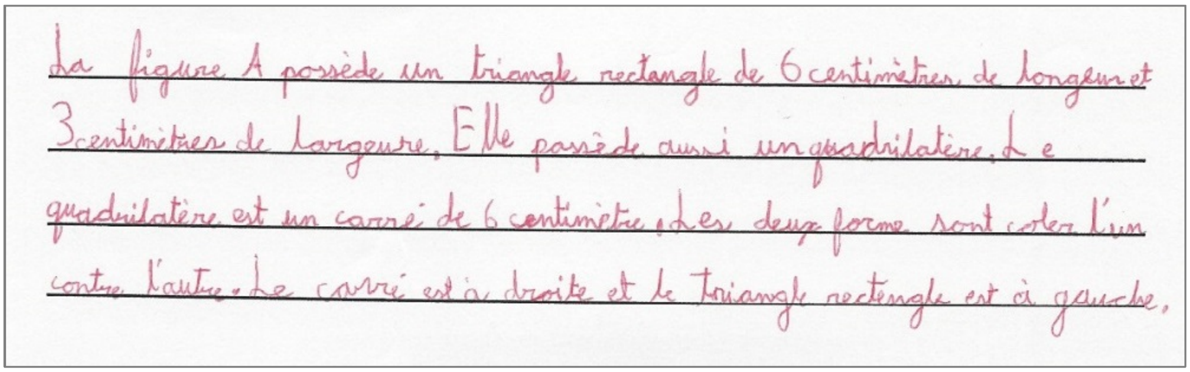
Comme nous pouvons le voir dans la description de la figure A présentée par Jean (Figure 56), nous considérons que la déconstruction dimensionnelle n'est pas pertinente : l'élève décrit que la figure a 5 angles droits. Cela ne lui sera pas utile pour construire le triangle rectangle.



Il y a 5 angle droit. Il y a un carré et un triangle. Il y a une quadrilatère.

Figure 56 : Scénario 2, figure A, Jean

Nous considérons que, dans la description de la même figure A, proposée par Ophélie (Figure 57), la déconstruction dimensionnelle est pertinente car l'élève mentionne la mesure des longueurs : cela lui sera utile pour la reproduction.



La figure A possède un triangle rectangle de 6 centimètres de longeur et 3 centimètres de largeure. Elle possède aussi un quadrilatère. Le quadrilatère est un carré de 6 centimètre. Les deux forme sont coler l'un contre l'autre. Le carré est à droite et le triangle rectengle est à gauche.

Figure 57 : Scénario 2, figure A, Ophélie

Nous nous sommes aussi intéressée à la redondance des informations dans les descriptions des figures. Nous considérons qu'une description est redondante dès qu'un élève mentionne un même élément de la figure de plusieurs façons et cumule les caractéristiques. Il est important de préciser que nous considérons qu'une déconstruction dimensionnelle peut être à la fois pertinente, ou non, et redondante.

Comme dans la description de la figure A présentée dans la Figure 58, nous considérons que la déconstruction dimensionnelle est pertinente et redondante : l'élève se répète lorsqu'elle dit que *« le carré est un quadrilatère »* ou que *« le triangle a 3 côtés »*. Cependant, même si l'élève décrit trop d'éléments, nous pensons qu'il préférable que la description soit redondante plutôt qu'incomplète.

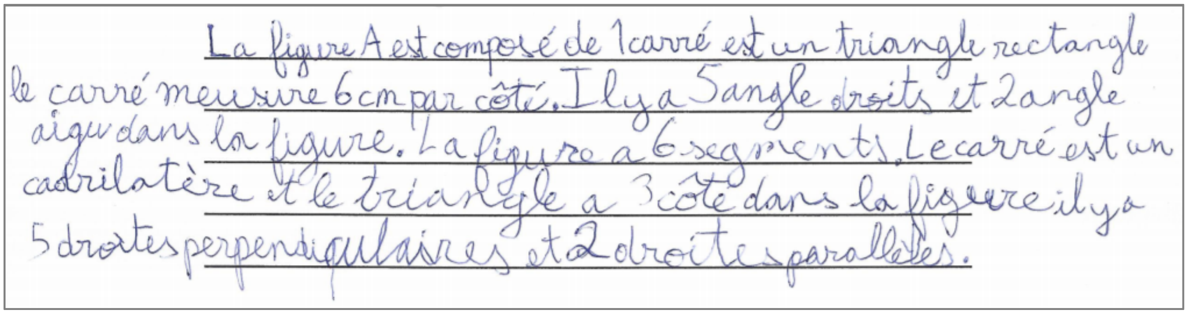

La figure A est composé de 1carré est un triangle rectangle
le carré meusure 6cm par côté. Il y a 5angle droits et 2angle
aigu dans la figure. La figure a 6 segments. Le carré est un
cadrilatère et le triangle a 3côté dans la figeure il y a
5 drotes perpendiqulaires et 2 droites parallèles.

Figure 58: Scénario 2, figure A, Eléonora

Nous avons donc analysé les descriptions en tenant compte de ces éléments et les avons répertoriés dans les tableaux ci-dessous (Tableau XXV et Tableau XXVI).

Tableau XXV : Déconstruction dimensionnelle (Scénario 1)

S1 / déconstruction dimensionnelle	Figures dont les figures élémentaires sont juxtaposées (A et D) 18 descriptions	Figures dont les figures élémentaires sont superposées (B, C, E, F) 32 descriptions
Aucune déconstruction	1 ou 6%	3 ou 9%
Déconstruction pertinente	12 ou 67%	20 ou 63%
Déconstruction non-pertinente	5 ou 28%	9 ou 28%
Déconstruction redondante	11 ou 61%	21 ou 66%

Tableau XXVI : Déconstruction dimensionnelle (Scénario 2)

S2 / déconstruction dimensionnelle	Figures dont les figures élémentaires sont juxtaposées (A et D) 16 descriptions	Figures dont les figures élémentaires sont superposées (B, C, E, F) 34 productions
Aucune déconstruction	0	0
Déconstruction pertinente	12 ou 75%	27 ou 79%
Déconstruction non-pertinente	4 ou 25%	7 ou 21%
Déconstruction redondante	10 ou 63%	18 ou 55%

En lisant les tableaux ci-dessus, force est de constater que les résultats sont similaires entre les différents assemblages de figures. En effet, dans le scénario 1, on constate que seulement 6% des élèves ne font aucune déconstruction dimensionnelle pour les figures juxtaposées et 9 % pour les figures superposées. De même 67% des déconstructions évoquées dans les descriptions des figures juxtaposées et 63% des déconstructions réalisées dans les descriptions des figures superposées sont pertinentes. Il en est de même pour la redondance des descriptions : 61% pour les figures juxtaposées et 66% pour les figures superposées.

Cependant, ce qui est intéressant est que, dans le scénario 2, description avant reproduction, tous les élèves décrivent les figures en réalisant une déconstruction dimensionnelle, qu'elle soit pertinente ou non. De plus, les déconstructions dimensionnelles pertinentes sont légèrement plus nombreuses que dans le scénario 1 : 75% et 79% pour les figures A et D d'une part et les figures B, C, E, F d'autre part. Ceci nous semble être dû au fait que les élèves ont en tête qu'ils auront la construction à faire : la description leur permet de verbaliser les éléments importants des figures complexes, qu'ils utiliseront ensuite au cours de leur reproduction.

Enfin, il est tout à fait remarquable que pour toutes les descriptions des figures sur papier quadrillé, le support ne soit jamais mentionné : les élèves décrivent les figures sans référence aux lignes du quadrillage, à ses diagonales, ou autre élément de description lié au quadrillage. On a l'impression que les élèves auraient pu produire les mêmes textes si les figures avaient été présentées sur papier blanc. Pour autant, la présence du quadrillage n'est pas neutre dans la réussite de la reproduction. C'est là un autre point sur lequel il sera intéressant de poursuivre l'investigation. De plus, contrairement à ce que nous avions anticipé dans l'analyse a priori, aucun élève n'a décrit les figures en les comparant à des objets de la vie courante (ex. : cette figure ressemble à une enveloppe, à un oiseau, etc.) : tous les élèves ont employé du vocabulaire géométrique et ils ont pratiquement tous décrit les figures en réalisant une déconstruction dimensionnelle. Ceci nous permet d'interpréter que les élèves ont sûrement fonctionné dans le paradigme géométrique GI pour décrire les figures. Bien évidemment, il se pourrait tout de même que ce résultat soit un effet de contrat didactique.

3.2. Les descriptions collectives

Dans les scénarios 1 et 2, après avoir terminé la rédaction de leur description individuelle, les élèves ont travaillé en groupe pour produire une description collective. Cette activité a été fort intéressante parce que les élèves ont échangé avec les membres de leur équipe à propos de leur description individuelle. Comme nous l'avions anticipé, cela leur a permis de confronter leurs connaissances et leurs différents points de vue à propos des figures. Cela s'est avéré être très riche pour certaines équipes comme dans le cas de l'équipe 2-2 (voir Figure 64). Afin d'illustrer nos propos, nous regarderons les descriptions individuelles, puis collective de cette équipe pour la figure C.

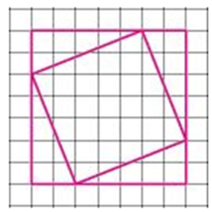
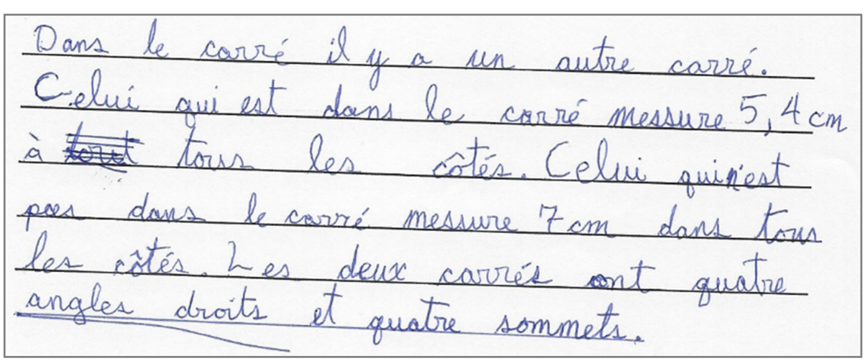


Figure 59 : Figure C

En effet, l'expérimentatrice en circulant dans la classe a surpris plusieurs conversations intéressantes qui ont amené les élèves à changer de regard sur les figures. Comme nous pouvons le voir dans les descriptions individuelles de l'équipe ci-dessous, Elaine, Cynthia et Mathieu (Figure 60, Figure 61, Figure 62) ont perçu la figure C en termes de superposition de deux carrés, *« dans le carré, il y a un autre carré »*, *« le deuxième est à l'intérieur du premier ».* Contrairement à Amel (Figure 63) qui a perçu la figure par juxtaposition d'un losange et de quatre triangles : *« j'ai quatre triangles isocèles qui m'encadrent. […] J'ai un losange au milieu »*. L'expérimentatrice a remarqué que la discussion d'équipe a permis à ces quatre élèves de percevoir la figure autrement.



Dans le carré il y a un autre carré. Celui qui est dans le carré mesure 5,4 cm à ~~tout~~ tous les côtés. Celui qui n'est pas dans le carré mesure 7 cm dans tous les côtés. Les deux carrés ont quatre angles droits et quatre sommets.

Figure 60: Scénario 2, description de la figure C (Elaine)

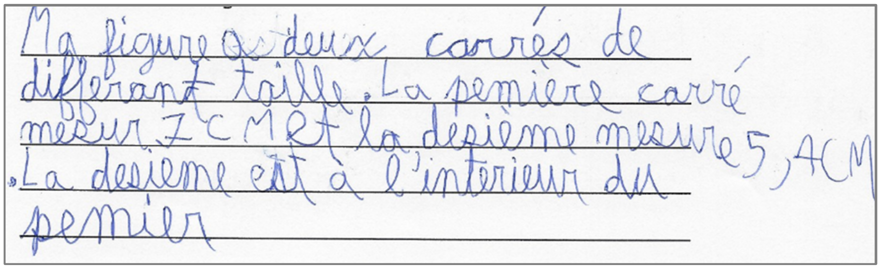

Ma figure a deux carrés de
diférant taille. La pemière carré
mesur 7 CM et la desième mesure 5,4CM
.La desieme est à l'interieur du
pemier

Figure 61 : Scénario 2, description de la figure C (Mathieu)

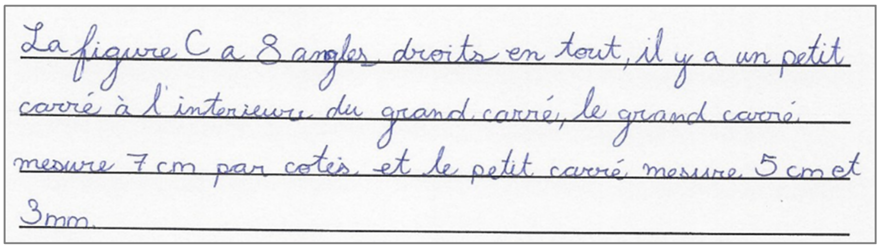

La figure C a 8 angles droits en tout, il y a un petit
carré à l'interieur du grand carré, le grand carré
mesure 7 cm par cotés et le petit carré mesure 5 cm et
3mm.

Figure 62 : Scénario 2, description de la figure C (Cynthia)

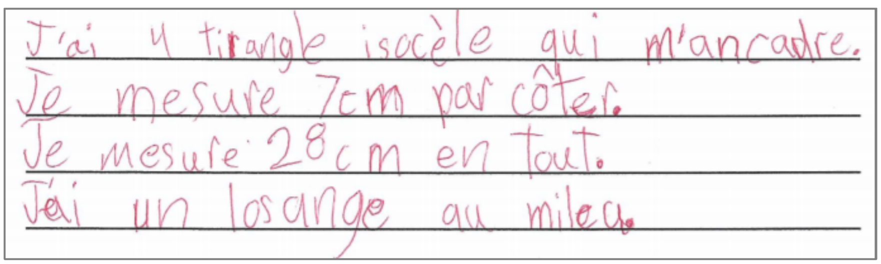

J'ai 4 tirangle isocèle qui m'ancadre.
Je mesure 7cm par côter.
Je mesure 28cm en tout.
J'ai un losange au mileu.

Figure 63: Scénario 2, description de la figure C (Amel)

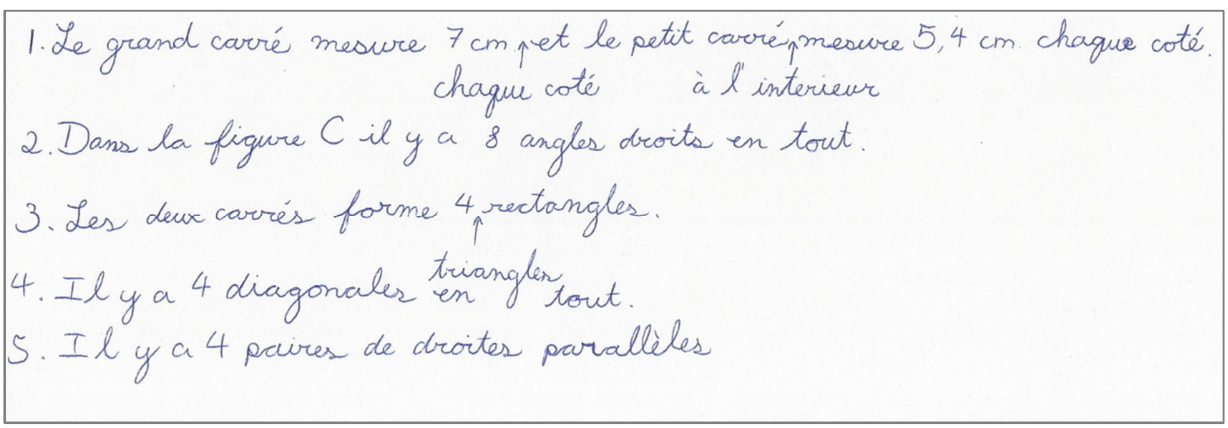
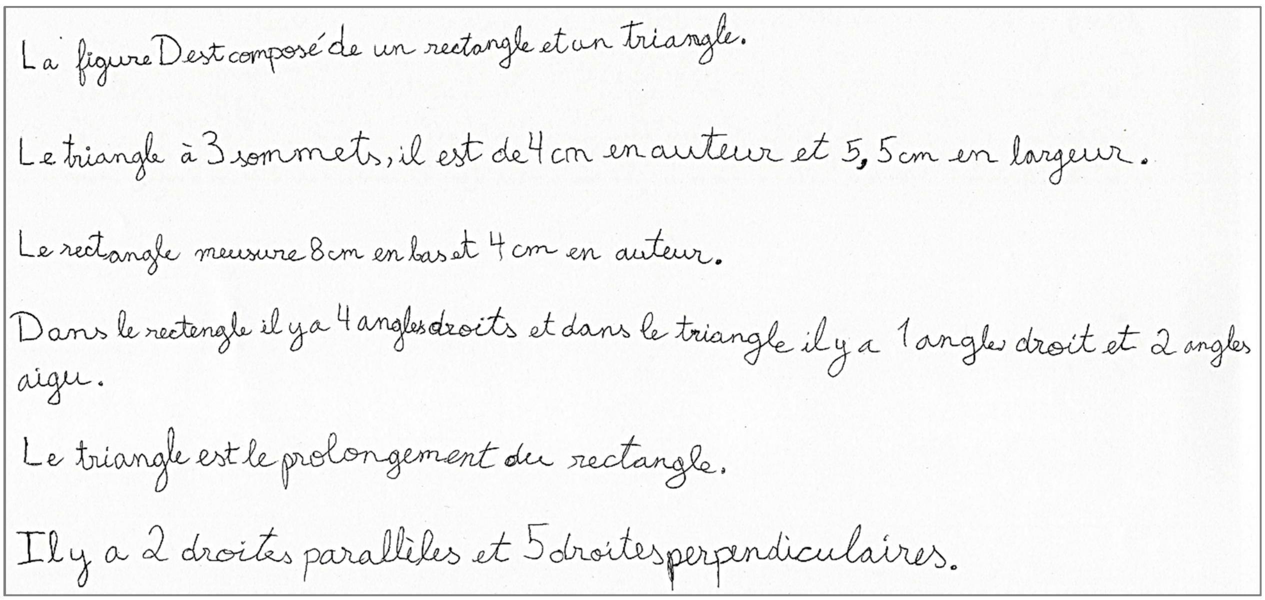

1. Le grand carré mesure 7 cm et le petit carré mesure 5,4 cm. chaque coté.
chaque coté à l'interieur
2. Dans la figure C il y a 8 angles droits en tout.
3. Les deux carrés forme 4 rectangles.
triangles
4. Il y a 4 diagonales en tout.
5. Il y a 4 paires de droites parallèles

Figure 64 : Scénario 2, description de la figure C (équipe 2-2)

De plus, comme nous pouvons le voir dans la description collective (voir Figure 64), cette activité a permis à cette équipe de corriger certaines « erreurs » de vocabulaire et de reconnaissance de figures. En effet, dans sa description, Amel avait écrit *« triangle isocèle »* pour décrire les triangles rectangles et *« losange »*[9] pour évoquer le carré. Or, dans la description collective, nous pouvons voir que le terme « triangle rectangle » est utilisé pour décrire les triangles de la figure et qu'on y décrit un carré. Il n'y a plus le terme « losange ». Nous pouvons donc émettre l'hypothèse que les discussions au sein de cette équipe ont été enrichissantes, car elles leur ont permis de corriger les erreurs d'Amel. Nous supposons que les élèves ont dû expliquer, dans leurs mots, les propriétés des figures pour justifier que le triangle était « rectangle » plutôt qu'« isocèle » et que le « losange » dont parlait Amel était en fait un carré.


La figure D est composé de un rectangle et un triangle.

Le triangle à 3 sommets, il est de 4 cm en auteur et 5,5 cm en largeur.

Le rectangle mesure 8 cm en bas et 4 cm en auteur.

Dans le rectengle il y a 4 angles droits et dans le triangle il y a 1 angle droit et 2 angles aigu.

Le triangle est le prolongement du rectangle.

Il y a 2 droites parallèles et 5 droites perpendiculaires.

Figure 65: Scénario 2, description de la figure D (équipe 1-2)

Nous avons également remarqué que certaines descriptions collectives reprennent pratiquement tous les éléments des descriptions individuelles, ce qui fait qu'elles sont pour la plupart redondantes : « *le triangle a 3 sommets. [...] Dans le rectangle il y a 4 angles droits* ». Cependant, nous estimons qu'elles ont pu aider les élèves à reproduire ensuite la figure comme cela a été le cas pour l'équipe ci-dessus (Figure 65) où tous les élèves ont bien reproduit la

[9] Comme nous l'avons mentionné au point 3.1.2 p.119, pour l'expert mathématique, un carré est un losange particulier. Cependant, nous considérons qu'un élève qui utilise le terme « losange » pour désigner un carré en position prototypique ne maîtrise pas la classification inclusive des quadrilatères. D'autant plus que plusieurs constructions le confirment : six descriptions sur douze utilisant le mot « losange » ne sont pas associées à la construction d'un carré.

figure D. Dans un tel cas, la description collective n'est pas une description optimale de la situation géométrique mais l'amalgame de toutes ses propriétés. On peut penser que les élèves de ce groupe disposaient alors d'un maximum d'informations pour réaliser leur reproduction.

Mais cela n'a pas toujours été le cas. Contrairement à ce que nous avions anticipé, certaines équipes ont proposé des descriptions très pauvres : il y avait parfois moins d'éléments dans la description collective que dans certaines descriptions individuelles de membre de l'équipe. Cela a été le cas de l'équipe 2-1 en décrivant la figure B, comme nous pouvons le voir dans la description ci-dessous (Figure 67). Les élèves l'ont déjà décrit précédemment dans leur description individuelle et ils n'ont donc plus rien à ajouter.

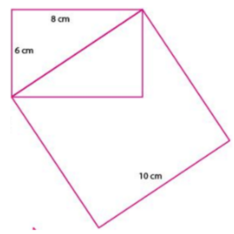


Figure 66: Figure B

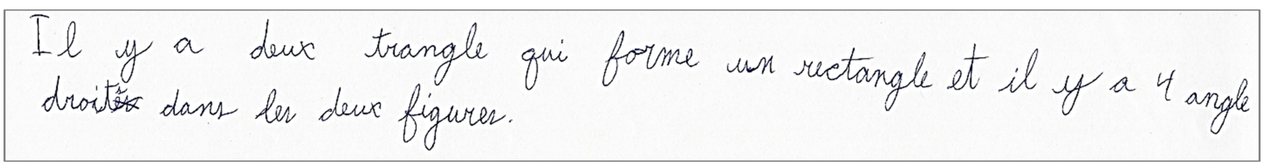


Figure 67: Scénario 2, description de la figure B (équipe 2-1)

De fait, tous les élèves avaient mentionné dans leurs descriptions individuelles le rectangle et le carré (ou losange). Or, dans la description collective, on n'y retrouve que le rectangle et les triangles. Par ailleurs, trois membres de l'équipe avaient indiqué les mesures de longueur des figures élémentaires et nous ne les retrouvons pas dans la description collective. Nous pensons que l'élève qui rédigeait la description d'équipe n'a tenu compte que de sa propre description et que les autres élèves n'étaient pas assez impliqués dans la discussion. Ceci nous indique que le choix de l'élève qui rédige peut avoir une influence sur la qualité des échanges et de la description d'équipe. Et là encore, les conditions d'expérimentation sans phase d'institutionnalisation montrent les limites de l'activité en termes d'apprentissage pour les élèves.

3.3. Conclusions à propos des descriptions

Pour conclure, nous avons remarqué que le scénario 2 (la description précédent la reproduction) présente une organisation de la tâche dans laquelle les descriptions individuelles proposées par les élèves ont été légèrement plus précises que dans le scénario 1, sur chacun des critères d'évaluation : le nom des figures élémentaires, la mesure de longueurs et la mention des relations spatiales entre les figures. Nous émettons l'hypothèse de cette amélioration au fait que les élèves ont anticipé la reproduction de cette figure modèle : cette description leur a imposé de repérer des éléments importants de la figure parce qu'elle allait leur servir.

Nous avons constaté que, de tous les éléments de la description, c'est dans celle des relations spatiales entre les figures élémentaires (désignation et l'utilisation de vocabulaire) que les élèves ont rencontré plus de difficultés : souvent ils n'en ont mentionné aucune ou lorsqu'ils l'ont fait, ils ont utilisé du vocabulaire courant. Cette difficulté n'est pas surprenante du fait que les élèves n'ont pas encore acquis un vocabulaire géométrique pertinent pour décrire les relations spatiales et que la chercheuse a, elle-même, été confrontée à cette situation dans le scénario 3 afin de respecter cette méconnaissance des élèves.

Nous avons également observé que, pour un même élève, la maîtrise du vocabulaire géométrique n'évolue pas de manière significative d'une figure à l'autre, d'un scénario à l'autre, peu importe le paradigme dans lequel il fonctionne, G0 ou GI. Les élèves qui utilisent inadéquatement certains termes le font dans leurs quatre descriptions. Cela peut être expliqué par l'absence d'institutionnalisation lors de l'expérimentation et certains élèves n'ont pas pu corriger leur mauvais usage du vocabulaire. Il nous semble important de mentionner que les élèves n'ont pas été influencés par le support (papier blanc ou le papier quadrillé) lors des descriptions : ils ont été cohérents, soit en utilisant les mêmes termes, soit en omettant les mêmes éléments quel que soit le support.

À propos des descriptions collectives, nous avons constaté que la qualité des descriptions a été très variable selon les équipes. Dans quelques cas, nous avons constaté que les discussions entre les membres d'une équipe ont permis à certains élèves de corriger des termes de vocabulaire mal utilisé et de changer de regard sur les figures.

Généralement, les descriptions collectives ont repris pratiquement tous les éléments des descriptions individuelles : ces descriptions sont souvent redondantes. À l'opposé, quelques équipes ont proposé des descriptions très pauvres : il y a parfois moins d'éléments dans la description collective que dans certaines descriptions individuelles des membres de l'équipe. Ces descriptions collectives suggèrent que les élèves n'ont pas été assez impliqués dans les discussions. Ce genre de situation est survenu surtout dans le scénario 1. Là encore, comme il n'y a eu ni institutionnalisation ni comparaison entre les descriptions collectives d'une même figure : les apprentissages ont été limités et peu structurés. Si, par exemple, ces descriptions avaient été mises en œuvre dans un contexte de message à transmettre à des amis pour qu'ils construisent la figure à partir de leur texte, l'engagement aurait été tout autre. À défaut d'une telle activité, nous pensons que l'institutionnalisation et l'intervention de l'enseignant seraient à privilégier si l'activité était reprise dans une autre classe.

4. Quelques cas éclairés par les ETM_G

Le cadre des ETM_G, en particulier les composantes du plan sémiotique-instrumental et de ses genèses, nous a permis de définir différents profils d'élèves lors de la réalisation d'une tâche de description et de reproduction de figure (paragraphe 2.1.6 de la méthodologie p.61).

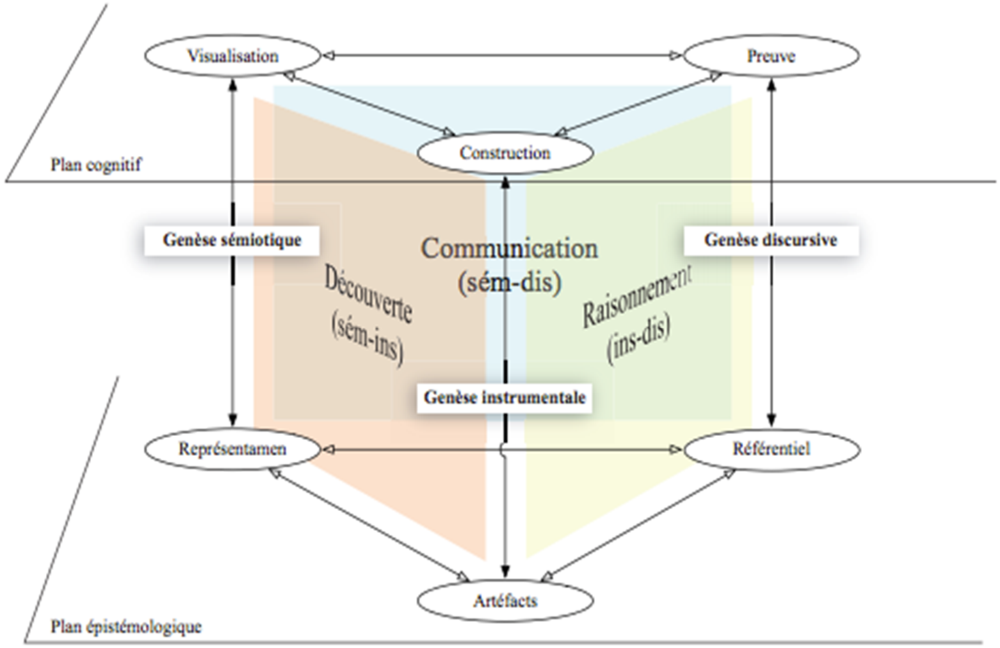


Figure 68 : Les genèses et les plans verticaux dans l'ETM (Kuzniak, Richard, 2014)

Si l'on considère le plan [SEM-INS] du modèle et les activations des différentes genèses, on peut imaginer que quatre profils d'élèves vont se dégager : activation de l'une des deux genèses (sémiotique ou instrumentale), activation d'aucune genèse et activation simultanée ou alternée des deux genèses. Rappelons que nous ne parlons pas de genèse discursive lorsque les élèves décrivent la figure, du fait qu'ils ne produisent pas un discours dans le but de réaliser une preuve. Leur description est donc un observable de l'activation de la genèse sémiotique. Même si notre échantillon expérimental est particulièrement réduit, nous avons rencontré ces quatre profils dans les scénarios 1 et 2. De fait, certains élèves sont capables de bien décrire la figure modèle, mais n'arrivent pas à la construire convenablement. Inversement, certains élèves construisent et reproduisent la figure, mais ne sont pas en mesure d'en donner une description efficace. D'autres ne sont ni capables de décrire la figure ni en mesure de la construire. Finalement, certains élèves décrivent et construisent les figures adéquatement.

Nous présentons dans les paragraphes suivants ces quatre profils en décrivant les interactions à l'intérieur du plan sémiotique-instrumental des ETM_G, en utilisant figure E pour illustrer nos propos. Comme notre effectif est petit, nous avons utilisé les traces d'élèves des scénarios 1 et 2.

Afin d'être plus précise quant à l'interprétation que nous faisons des articulations entre les différentes genèses, rappelons que, au cours du scénario 1, les élèves ont reproduit la figure alors qu'ils avaient le modèle sous les yeux et qu'ils ont rédigé les descriptions alors qu'ils ne l'avaient plus. Les descriptions sont donc à la fois le reflet de ce qu'ils ont fait et de ce dont ils se souvenaient de la figure modèle (visualisation). Dans le scénario 2, la description a été rédigée avant la reproduction : les élèves avaient donc la figure modèle sous les yeux sans savoir qu'ils l'auraient toujours au cours de la reproduction. Ils ont donc réalisé la reproduction, avec leur description et la figure modèle sous les yeux.

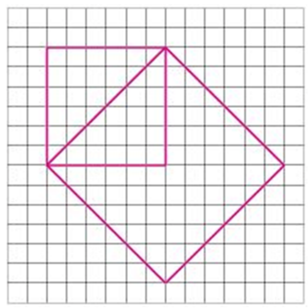


Figure 69 : Figure E

4.1. Genèse sémiotique défaillante mais genèse instrumentale activée

En analysant les reproductions des élèves dans les scénarios 1 et 2, nous avons remarqué que certains élèves reproduisent parfaitement la figure modèle, mais ne sont pas capables d'en donner une description convenable : leur genèse instrumentale est activée, mais leur genèse sémiotique est peut-être défaillante. Le schéma ci-dessous illustre les interactions décrites dans le plan sémiotique-instrumental de cet élève (Figure 70).

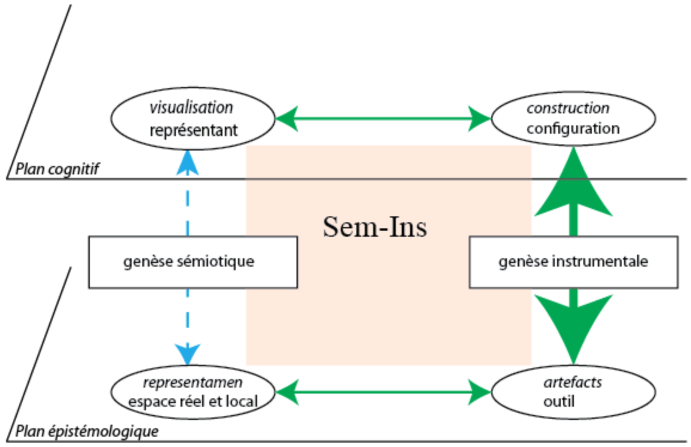


Figure 70 : Genèses sémiotique défaillante et instrumentale activée

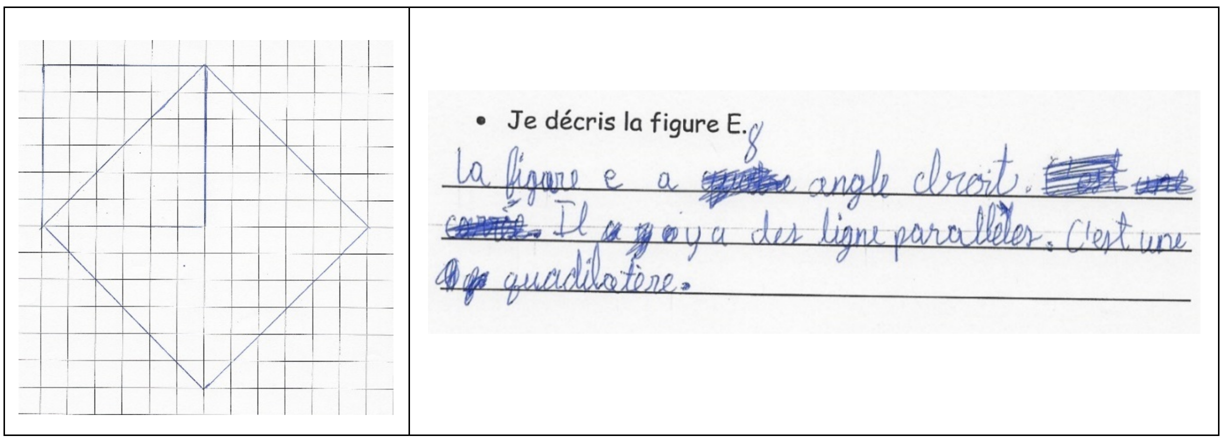


Figure 71 : Scénario 1, figure E, Jean

Comme nous pouvons le voir dans l'exemple ci-dessus (Figure 71), l'élève a reproduit la figure modèle à l'identique. Nous voyons donc qu'il a été en mesure de choisir convenablement les *artefacts*, instruments à sa disposition, d'activer correctement une genèse instrumentale pour construire la bonne configuration de la figure, sans doute conjointement à une visualisation pertinente de celle-ci. Cependant, sa description « *La figure a 8 angles droits. Il y a des lignes parallèles. C'est un quadrilatère* » est incomplète. L'élève n'énonce aucune figure élémentaire, il oublie de mentionner les mesures de longueur et la relation spatiale entre les figures élémentaires. L'élève déconstruit la figure lorsqu'il écrit « angle droit » et « lignes parallèles ». Toutefois, cette déconstruction dimensionnelle semble peu pertinente pour la reproduction de la figure. Ce texte ne nous donne pas assez d'indications sur l'activation ou non de la genèse sémiotique. L'élève n'a pas su, à partir de la figure modèle (*representamen*) verbaliser la visualisation de cette dernière. Cette difficulté peut être due à un problème de langage : l'élève ne maîtrise pas le vocabulaire géométrique pour décrire ce qu'il voit ou toute autre raison que notre expérimentation ne permet pas de préciser. L'élève a réussi activer sa genèse sémiotique, mais il n'est pas capable de verbaliser l'image mentale qu'il se donne de la figure. Il faudrait questionner l'élève pour avoir plus d'informations sur la visualisation qu'il se donne de cette figure.

4.2. Genèse sémiotique activée mais genèse instrumentale défaillante

Un autre profil d'élève est celui où l'élève est en mesure de décrire la figure, mais qui peine à la reproduire convenablement : la genèse sémiotique est activée et la genèse instrumentale est défaillante. Le schéma ci-dessous illustre les interactions décrites dans le plan sémiotique-instrumentale de cet élève (Figure 72).

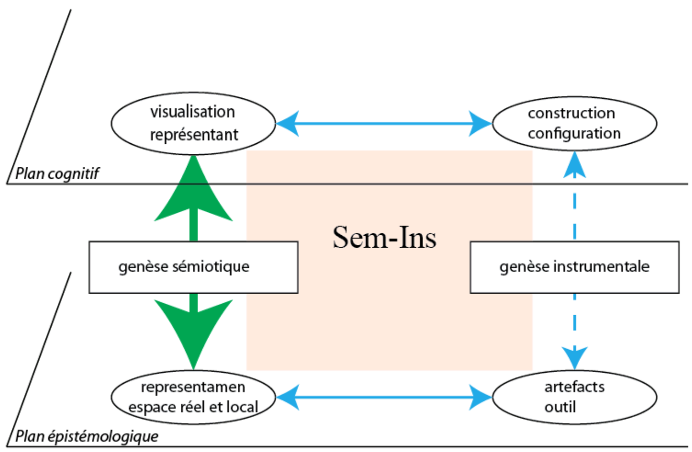


Figure 72 : Genèses sémiotique activée et instrumentale défaillante

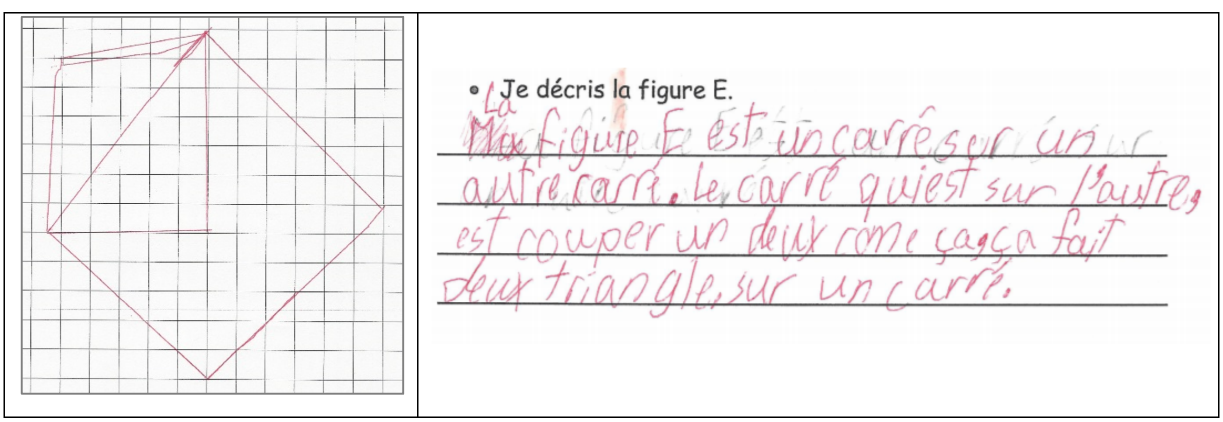


Figure 73 : Scénario 1, figure E, Kevin

L'exemple ci-dessus illustre notre propos (Figure 73). De fait, l'élève n'a pas été capable de reproduire la figure modèle. Il a de toute évidence été incapable de choisir les instruments (*artefact*) ou de les utiliser adéquatement pour construire les deux carrés. L'élève n'a ni suivi les lignes ni utilisé les nœuds du quadrillage. Une partie de sa construction est sans doute tracée à main levée. De plus, il n'a pas tenu compte des mesures de longueur. Ainsi, nous considérons qu'il n'a pas été capable d'activer adéquatement la genèse instrumentale pour faire la reproduction attendue. Ceci pourrait suggérer que l'élève n'a tout simplement pas été capable de se donner une visualisation de la figure : peut-être n'avait-il pas remarqué que les figures étaient des carrés ? Or, sa description laisse entendre le contraire. En effet, l'élève décrit la figure modèle en disant : « *Ma figure E est un carré sur un autre carré. Le carré qui est sur l'autre est coupé en deux. Comme ça, ça fait deux triangles sur un carré.* ». Cette description démontre que l'élève a bien reconnu les deux figures élémentaires superposées : ce sont deux carrés. De plus, il a même été en mesure de mentionner la position de l'un par rapport à l'autre et de changer de regard sur la figure. Ce dernier a bien repéré que le côté d'un des carrés « coupait » l'autre en deux triangles. Ainsi, à partir du *representamen*, l'élève a su activer adéquatement la genèse sémiotique et se donner une visualisation de la figure. Rappelons que dans le scénario 1, l'élève n'a plus accès à la figure modèle lorsqu'il décrit. Cette description est donc le fruit de sa mémorisation de la figure et de l'observation de celle qu'il vient de produire. Ceci nous semble indiquer que l'élève avait réellement l'intention de construire des carrés mais il n'a pas su mettre à profit les propriétés des figures observées dans sa construction en lien avec l'utilisation des instruments.

4.3. Genèses sémiotique et instrumentale défaillantes

Un autre profil observé lors de notre expérimentation est celui de l'élève qui n'arrive ni à décrire la figure modèle ni à la construire : les genèses sémiotique et instrumentale semblent être toutes les deux défaillantes. Le schéma ci-dessous (Figure 74) illustre les interactions décrites dans le plan sémiotique-instrumental de cet élève.

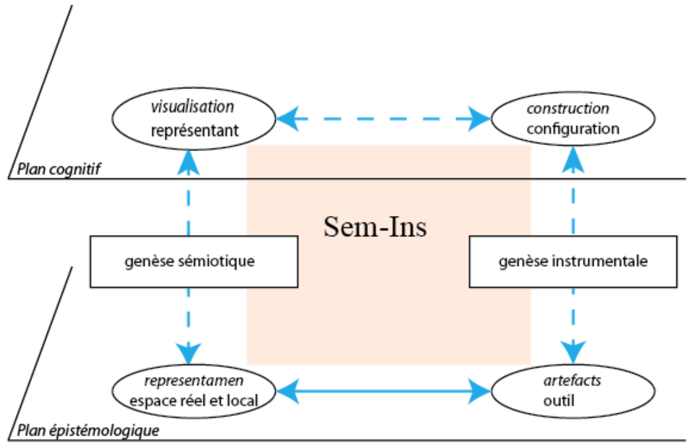


Figure 74 : Genèses sémiotique et instrumentale défaillantes

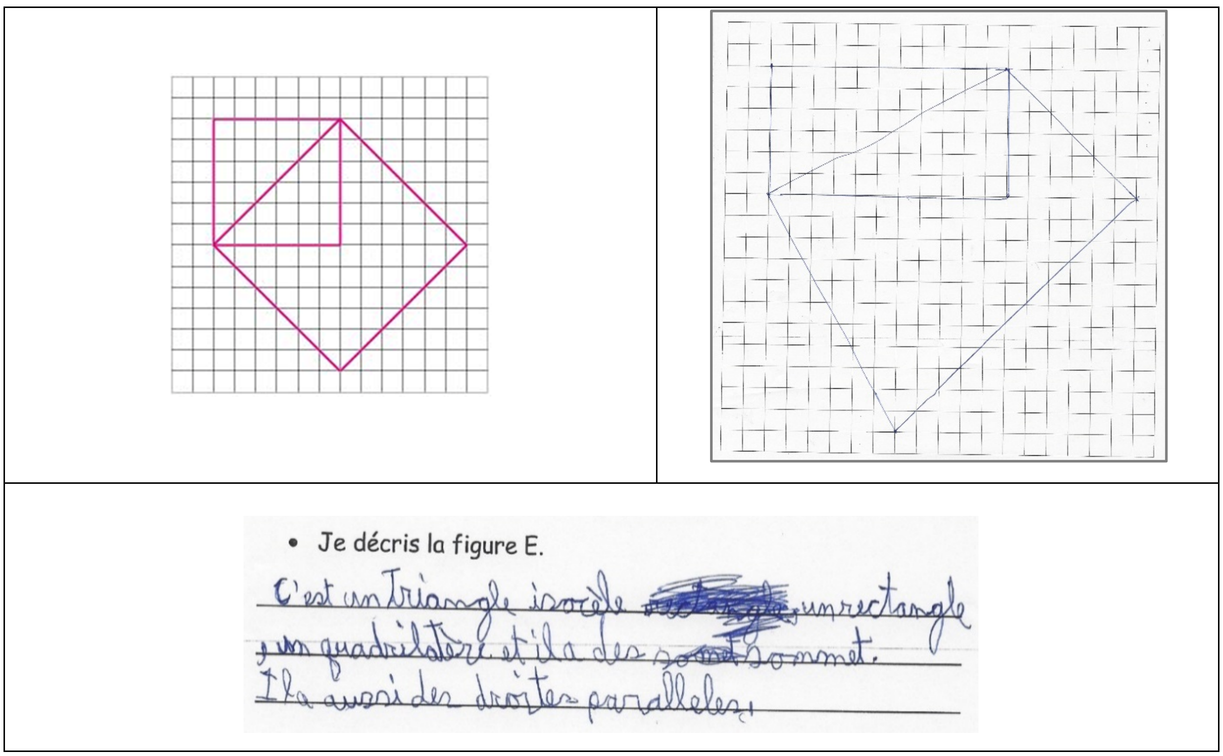


Figure 75 : Scénario 1, figure E, William

En observant la reproduction de l'élève (Figure 75), nous voyons qu'il n'a pas réussi à réaliser la tâche. De fait, l'élève n'a pas su utiliser adéquatement les artefacts (papier quadrillé et règle) pour reproduire la figure modèle. L'élève a vraisemblablement pris les repères des sommets de la figure à partir des bords de la feuille quadrillée. Si l'on utilise des repères cartésiens, on peut dire que cet élève a placé deux sommets (2, -2) et (2, -8) à partir du coin supérieur gauche, puis il a placé deux autres sommets à partir du coin supérieur droit (-7, -2) et (-1, -8), et finalement, il a placé un dernier sommet à partir du coin inférieur gauche (1,8). Or, comme l'élève n'a pas remarqué que le quadrillage sur lequel il reproduisait la figure était plus grand que celui de la figure modèle, ces repères n'étaient pas pertinents. De plus, nous voyons que l'élève a de la difficulté à utiliser sa règle : ces traits ne sont pas rectilignes. Nous pouvons émettre l'hypothèse que l'élève a sûrement utilisé les repères plutôt que sa règle pour limiter les usages qu'il avait à faire avec sa règle. Dans le cadre des ETM, à partir du *representamen,* l'élève a utilisé les *artefacts*, mais n'a pas su activer la genèse instrumentale pour réaliser une construction adéquate. Pour ce qui est de la description de la figure, l'élève a décrit sa reproduction (scénario 2) avec beaucoup de maladresses : « *C'est un triangle isocèle, un rectangle, un quadrilatère et il y a des sommets. Il y a aussi des droites parallèles* ». Cette description nous montre que l'élève ne maîtrise pas le vocabulaire géométrique : il parle d'un triangle isocèle. Quoiqu'il y en ait un dans la figure modèle, il n'y en a pas dans sa reproduction : on peut imaginer qu'il voulait sans doute dire triangle rectangle. L'élève décrit par ailleurs le rectangle qu'il a construit. Ceci laisse supposer qu'il n'a pas un souvenir précis de la figure modèle en termes de visualisation. Enfin, il déconstruit la figure en termes de sommets et de droites parallèles. Or, comme nous l'avons vu précédemment, les sommets ne lui ont pas été utiles et il n'a pas construit de droites parallèles pour le carré dont un des côtés est sur la diagonale de l'autre. L'élève n'a donc pas été en mesure de verbaliser correctement la visualisation qu'il s'est donné de la figure E. Nous ne pouvons pas savoir si l'élève a activé ou non sa genèse sémiotique : il faudrait le questionner pour avoir plus d'informations. Comme pour le premier profil, l'élève ne semble pas maîtriser le langage géométrique nécessaire pour bien décrire la figure.

4.4. Genèses sémiotique et instrumentale activées

Le quatrième profil que nous avons mis de l'avant est le cas où l'élève est capable de décrire et de reproduire parfaitement la figure modèle : les deux genèses du plan sémiotique-instrumental sont activées. Le schéma ci-dessous illustre les interactions décrites au sein du plan sémiotique-instrumental de cet élève (Figure 76).

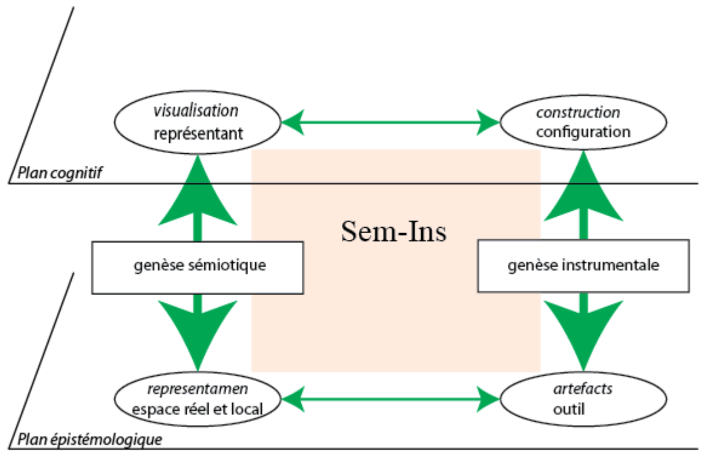


Figure 76 : Genèses sémiotique et instrumentale activées

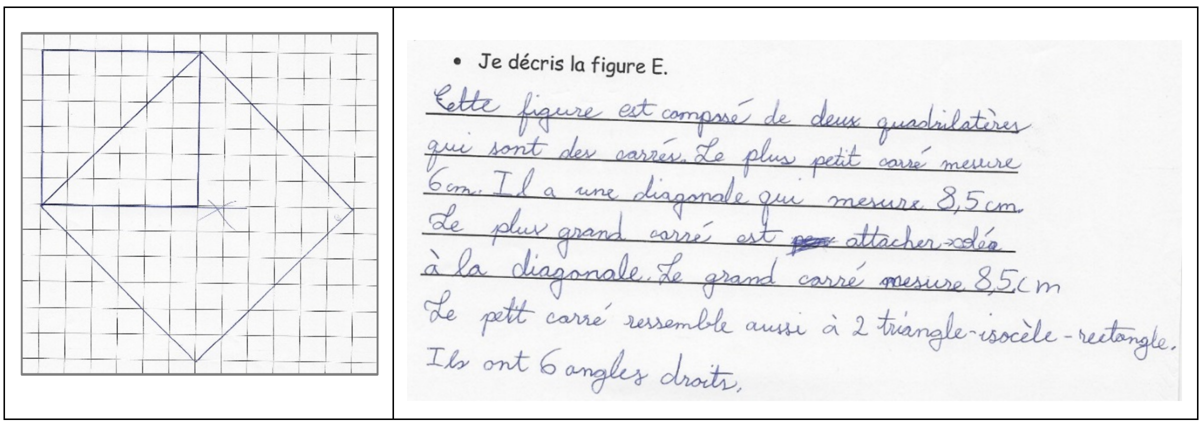


Figure 77: Scénario 2, figure E, Nadia

Comme nous l'observons (Figure 77), l'élève a su, à partir du *representamen,* choisir pertinemment ses *artefacts* (instruments) et d'activer la genèse instrumentale : sa construction est réussie. Sa description témoigne d'une visualisation complète de la situation : l'élève nomme les deux figures élémentaires en mentionnant leurs positions relatives; les mesures de longueur sont indiquées pour chaque carré et finalement l'élève indique même le changement de regard qu'il a posé sur cette figure complexe : « *Le petit carré ressemble aussi à 2 triangles isocèle-rectangle* ». Nous considérons que l'élève a su activer la genèse sémiotique en verbalisant adéquatement la visualisation qu'il se donnait de la figure modèle. Toutefois, nous n'avons pas d'information sur les allers-retours entre les deux genèses au cours de la reproduction de la figure : combien de fois l'élève est-il retourné au modèle (*representamen)* ou à la description déjà rédigée (genèse sémiotique)? Nos conditions d'expérimentation ne nous permettent pas de répondre à une telle question.

Très intéressant est sans doute le cas de cet élève non-francophone (Figure 78) qui, dans le scénario 2, décrit la figure avec les mots qu'il connaît mais réussit à reproduire parfaitement la figure.

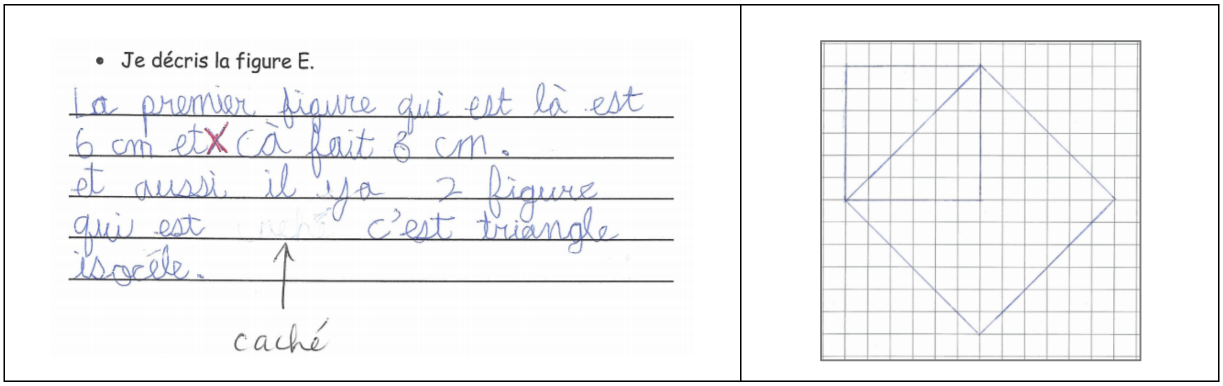


Figure 78 : Scénario 2, figure E, Isao

Dans une telle situation, nous pourrions dire que chez cet élève, les genèses sémiotique et instrumentale sont activées mais la première ne peut être verbalisée : l'élève ne maîtrise pas le vocabulaire.

4.5. Conclusion sur ces cas représentatifs

Le modèle des ETM permet de mettre en évidence les réussites et les difficultés des élèves lors d'une tâche de description et de reproduction de figures. Dans le plan sémiotique-instrumental, nous avons pu observer que les difficultés des élèves peuvent être décrites en termes de genèse sémiotique et/ou de genèse instrumentale défaillantes.

Compte tenu des conditions d'expérimentation, nous n'avons pu constater l'activation de la genèse sémiotique qu'au travers de la description de la figure. Mais nous avons été confrontée à des cas d'élèves qui semblent être capables de se donner une bonne visualisation de la figure, puisqu'ils sont en mesure de la reproduire, sans pour autant la décrire en utilisant le vocabulaire géométrique pertinent. Une institutionnalisation permettrait sans doute de pallier ces difficultés. L'enseignant pourrait faire travailler ses élèves sur le vocabulaire géométrique pour décrire les figures (activation de la genèse sémiotique) en lien avec la genèse instrumentale. Ce genre d'intervention permettrait de faire évoluer la qualité des verbalisations et des descriptions.

Chapitre V : Interprétations et discussion des résultats

Dans ce chapitre, nous synthétisons et interprétons les résultats présentés au chapitre précédent dans le but de répondre à nos questions de recherche.

1) Quelles organisations de tâches peut-on mettre en place afin qu'elles soient une source d'apprentissage pour l'élève?
2) Les ETM nous permettent-ils de décrire efficacement l'activité d'un élève lors d'une tâche de description et de reproduction de figures, par le biais de l'articulation entre les genèses du plan [SEM-INS]?
3) Le cadre des ETM nous permet-il d'identifier des profils d'élèves lors d'une tâche de description et de reproduction de figures?

Après avoir abordé chacun de ces points, nous évoquerons les limites et les retombées de cette recherche.

1. L'organisation de la tâche

La description de figures et leur reproduction sont deux activités qui semblent très liées : un élève ne peut produire une description adéquate s'il ne maîtrise pas le vocabulaire pertinent. Si l'image mentale est efficace et précise, il y a plus de chances que l'élève soit en mesure d'en donner une description satisfaisante. Pour la reproduire, il doit avoir une bonne connaissance des propriétés géométriques et de l'usage des instruments (Pierrard, 2004). Cependant, comment articuler la description et la reproduction dans une tâche de reproduction de figure? Nous avons donc tenté de déterminer quelle organisation de la tâche était la plus favorable pour les apprentissages des élèves en proposant trois scénarios. Dans quel scénario, les élèves allaient-ils produire des descriptions de figure plus précises et complètes et des constructions de figures plus réussies?

1.1. Les descriptions individuelles

Nous avons observé que les descriptions semblent plus précises lorsqu'elles précèdent la construction. C'est donc l'organisation de la tâche selon le scénario 2 qui serait la plus favorable. Ces dernières ont été plus complètes : on y retrouvait plus fréquemment le nom des figures élémentaires, les mesures de longueurs et les relations spatiales entre les figures. Nous interprétons ce résultat par le fait que, dans ce scénario, les élèves n'avaient pas encore construit leur figure : leur description devait être plus précise, ce qui leur a imposé, d'une certaine façon, de porter leur attention sur les caractéristiques de la figure qu'ils avaient sous les yeux afin de s'en donner une image mentale précise, pour, ensuite, être plus efficace dans la reproduction. Les élèves ne savaient pas qu'ils auraient encore accès à la figure modèle une fois la description rédigée : ils ont joué le jeu, considérant que c'était dans leur intérêt de bien analyser la figure et de la décrire le plus précisément possible pour en assurer la reproduction.

De plus, nous avons observé que la qualité des descriptions des élèves est liée à leurs habiletés langagières. Certains élèves ne connaissent pas ou ne maîtrisent pas le vocabulaire géométrique nécessaire pour décrire les figures : ils utilisent du vocabulaire courant ou font un usage inadéquat du vocabulaire géométrique. Nous avons remarqué que ces difficultés ont été plus nombreuses à propos de la description des relations spatiales entre les figures élémentaires d'une figure complexe. Ces difficultés ne sont pas surprenantes dans la mesure où la chercheuse a elle-même été confrontée à ce genre de difficulté lors de la rédaction des programmes de construction pour le scénario 3. Nous pensons que ces difficultés sont dues entre autres au fait que plusieurs élèves sont allophones et ne maîtrisent pas suffisamment le vocabulaire géométrique. De plus, les élèves ne sont pas habitués à rédiger ce genre de descriptions : souvent les tâches proposées dans les manuels peuvent être réussies en utilisant un vocabulaire limité. Nous émettons l'hypothèse que les élèves pourront progresser dans ce type de tâche s'ils travaillent plus régulièrement sur des figures complexes et si, lors de mises en commun, l'expérimentatrice contrôle les descriptions proposées.

1.2. Les descriptions collectives

Nous considérons que les descriptions collectives sont pertinentes au sein de l'organisation des tâches : elles permettent aux élèves de verbaliser leur visualisation du *representamen* et de confronter leurs différents points de vue. Lors de l'expérimentation, nous avons été témoin d'une situation où les discussions ont permis aux élèves de changer leur regard sur la figure : par exemple, un assemblage de figures par juxtaposition pouvait également être perçu comme un assemblage de figures par superposition. Les discussions entre pairs ont parfois servi de rétroaction : l'usage de certains termes ou de mesures de longueurs pouvaient être corrigé par les pairs. Cependant, nous avons pu constater que la qualité des échanges a varié selon les équipes : certaines ont semblé être plus engagées que d'autres. Nous interprétons cela au fait que l'expérimentatrice n'a pas contrôlé la qualité des textes et les élèves n'ont pas reçu ses commentaires. Là encore, une institutionnalisation aurait sans doute permis de s'assurer que les élèves produisent des descriptions collectives de meilleure qualité et restent engagés dans la tâche.

1.3. Les constructions

C'est dans le scénario 2 où les taux de réussite des élèves ont été sensiblement les plus élevés. Même si la différence est mince avec ceux obtenus dans le scénario 1, nous avons remarqué que les erreurs de construction d'angles de droit et de report de longueurs sont moins nombreuses. De plus, c'est dans le scénario 3 où les élèves ont rencontré le plus de difficulté dans la réalisation de leur construction. En effet, ils n'avaient plus de référence visuelle, mais seulement un programme de construction sous forme de texte pour construire la figure. Nous lions ces difficultés aux habiletés langagières des élèves et aux maladresses dans l'utilisation des instruments, entre autres. Certains élèves ne maîtrisaient pas parfaitement le vocabulaire géométrique employé et les structures de phrase complexes pour décrire les relations spatiales entre les figures, ce qui a pu laisser place à l'interprétation ou à l'incompréhension. Or, rédiger un programme de construction, qui soit libre de toute interprétation, sans que les élèves maitrisent la désignation des points par les lettres, en utilisant un vocabulaire limité et des structures de phrases très simples est un défi en soi. Les élèves ont donc eu plus de difficultés à construire les figures à l'aide de ces textes injonctifs.

Dans tous les scénarios, nous avons remarqué que les réussites des reproductions et des constructions de figures sont liées à la nature des figures élémentaires, à leur composition et à leur disposition dans la page. En effet, les élèves ont eu plus de difficultés à reproduire les figures où des angles droits étaient en position non-prototypique, et ce, autant sur papier blanc que sur papier quadrillé. Nous interprétons cet obstacle comme étant révélateur du fait que les élèves ne sont pas habitués à travailler avec des figures en position non-prototypique et qu'ils ont donc plus de difficulté à utiliser les instruments de géométrie dans cette disposition. Comme

certains élèves arrivent difficilement à reporter des longueurs avec leur règle ou à construire des angles droits à l'aide de l'équerre, ils tracent avec maladresse.
Finalement, nous avons observé que l'usage du papier quadrillé n'est pas aussi transparent qu'on pouvait l'imaginer. Plusieurs élèves utilisent inadéquatement les nœuds et les lignes du quadrillage : ils tracent comme ils le feraient sur du papier blanc. Certains élèves ne semblent pas connaitre ou maîtriser les propriétés du papier quadrillé : son usage à titre d'instrument doit être explicité.

Sur l'ensemble de l'expérimentation, nous avons remarqué une évolution : à la fin de l'expérimentation, les élèves étaient plus habiles pour manipuler leurs instruments. Même si leurs constructions n'étaient pas toutes exactes, en général, leurs traits de construction étaient plus rectilignes et plus précis. Par exemple, dans le scénario 1, certaines constructions ont été réalisées en partie à main levée. Or nous n'avons plus observé de telles actions dans les scénarios 2 et 3. Ceci nous amène à émettre l'hypothèse que les élèves construisent avec maladresse parce qu'ils manquent de pratique. Nous pensons que s'ils construisaient ou reproduisaient plus régulièrement des figures en position prototypique, ou non, à l'aide de leurs instruments de géométrie, ils seraient plus habiles pour la construction d'angle droit ou pour le report de longueurs, et ce, sur différents supports papiers.

2. Le cadre des ETM$_G$

Le cadre des ETM$_G$, et en particulier le plan sémiotique-instrumental [SEM-INS] et ses genèses, permet de définir quatre profils d'élèves différents liés à la tâche de description et de reproduction de figure. Et, en dépit d'un échantillon de très petite taille, nous avons rencontré chacun de ces profils. Nous avons remarqué que, chez certains élèves, la genèse sémiotique et/ou la genèse instrumentale peuvent être défaillantes : ils n'arrivent pas à bien décrire la figure et/ou à la reproduire. Rappelons que, à défaut d'avoir accès à d'autres traces, nous avons considéré la description rédigée par l'élève comme la manifestation accessible de l'activation de la genèse sémiotique. Pour autant, certains élèves réussissent à bien décrire la figure, alors qu'ils ne sont pas en mesure de la reproduire. Nous considérons que, chez de tels élèves, la genèse instrumentale est défaillante : ils n'ont pas su utiliser les artefacts à leur disposition pour réaliser la construction attendue. Au contraire, d'autres élèves reproduisent adéquatement la figure, mais, à défaut de maîtriser le vocabulaire géométrique, ils la décrivent avec imprécision ou de façon erronée : ils n'ont pas su verbaliser la visualisation qu'ils se sont donnée de la figure. Étant donné qu'ils ont réussi à reproduire la figure, nous pouvons émettre l'hypothèse qu'ils sont en mesure d'activer la genèse sémiotique, mais la description n'en témoigne pas. Ceci nous amène à émettre l'hypothèse que, chez certains élèves, la genèse sémiotique ne passe pas nécessairement par le langage, surtout ceux pour qui le français n'est pas la langue maternelle. Certains élèves, en grande difficulté, n'arrivent ni à décrire ni à reproduire la figure : l'activation de la genèse instrumentale n'est pas efficace. À propos de la genèse sémiotique, les traces écrites sont insuffisantes pour déterminer s'il y a une activation efficace ou non de cette genèse. De tels élèves n'arrivent pas à utiliser les *artefacts* (instruments) à bon escient pour réaliser la construction demandée et nous ne savons pas s'ils arrivent à se faire une image mentale de la figure. Enfin, il est tout à fait remarquable que les descriptions et les reproductions de certains élèves attestent l'activation des deux genèses.

En raison du fait qu'aucune institutionnalisation n'a été faite entre les différents scénarios, mise à part la validation de la construction par le calque, nous considérons qu'une rétroaction faite par l'expérimentatrice aurait sans doute permis aux élèves de progresser davantage au cours de l'expérimentation. Une mise en commun ciblant les éléments pertinents dans les descriptions et les démarches de construction efficaces aurait soutenu les élèves dans leurs apprentissages : mettre en mots et en acte les propriétés des quadrilatères et des triangles.

Dans la mesure où ces quatre profils, qui pouvaient être définis théoriquement à partir du cadre des ETM_G, ont été rencontrés au cours de notre expérimentation, nous considérons que ce cadre est un outil pertinent pour décrire et pour analyser l'activité d'un élève lors d'une tâche de description et de reproduction de figures. Ce cadre théorique peut aussi être une aide pour l'enseignant qui veut accompagner l'élève dans ses apprentissages : il peut cibler ses forces et ses difficultés. De telle sorte que le cadre des ETM_G pourrait faire évoluer l'enseignement de la géométrie plane.

3. Les limites de la recherche

Comme toute recherche exploratoire, celle-ci présente des limites que nous présentons maintenant.

3.1. La méthodologie

Comme mentionné précédemment, les résultats obtenus dans le scénario 3 témoignent des limites à notre recherche. La rédaction des programmes de construction a été une tâche difficile à réaliser. Comme les élèves ne maîtrisaient pas la désignation des points d'une figure par les lettres, nous avons utilisé, par défaut, du vocabulaire naturel et des structures de phrase complexes pour décrire les relations spatiales au sein d'une même figure. Ce vocabulaire, plus approximatif, a laissé plus de place à l'interprétation et peut être à l'origine des erreurs des élèves. Comme nous l'avions anticipé, c'est dans ce scénario où les élèves ont rencontré le plus de difficultés pour construire les figures. Il serait alors intéressant d'investiguer davantage pour trouver une solution de rechange à ce défi qu'est la rédaction de programmes de construction, précis et efficace pour des élèves de 4e année, voire pour l'ensemble de l'école primaire. Les consignes données aux élèves sont aussi une autre limite à notre recherche, puisqu'elles pouvaient peut-être influencer l'élève dans ces descriptions. En effet, lorsque nous avons dit « vous avez reçu une figure modèle qui est composée de plusieurs figures », nous indiquions d'une certaine façon que les figures modèles pouvaient être perçues en 2D et donc par juxtaposition ou superposition de figures. Cependant, comme c'était la première fois que les élèves réalisaient une activité de ce type, il fallait trouver une consigne qui rassurerait et guiderait l'élève un minimum dans l'exécution de la tâche. Dans un autre contexte, la consigne pourrait ne pas contenir une telle précision.

3.2. La collecte de données

Cette recherche exploratoire a été menée dans une classe de 4e année de 25 élèves. Nous considérons que ce nombre est un petit effectif et qu'il serait intéressant de mener une recherche similaire avec un nombre plus important d'élèves. Ceci permettrait de confirmer ou d'infirmer les résultats obtenus lors de cette expérimentation. Lorsque les élèves décrivent et reproduisent les figures, retrouverait-t-on les mêmes types d'erreurs? Lorsqu'ils construisent une figure à l'aide d'un programme de construction, auraient-ils autant de difficultés à comprendre le vocabulaire utilisé pour décrire les relations spatiales au sein d'une même figure? De plus, dans le cadre des ETM_G, nous avons décrit quatre profils d'élèves lors d'une tâche de description et de reproduction de figures. Une expérimentation avec un plus grand effectif permettrait sans doute de dresser un portrait plus détaillé de profils d'élèves de 4e année et de mettre en évidence les genèses qui sont les plus fréquemment activées et ainsi cibler plus spécifiquement les points forts des élèves de cet âge. Mais quels résultats obtiendrions-nous avec des tâches plus précises, plus complexes ou organisées différemment? Qu'en serait-il si nous avions effectué des enregistrements vidéo ou des activités de descriptions orales à destination d'une autre élève? Qu'en serait-il si on reprenait l'expérimentation avec des élèves de 6e année, voire de première année de secondaire?

Afin de trianguler les résultats, il aurait pu être intéressant de rencontrer les élèves chez qui la genèse sémiotique ne s'est pas manifestée dans la description de la figure, mais qui ont tout de même réussi à la reproduction. Nous aurions pu questionner ces élèves sur la visualisation qu'ils se donnaient de la figure et sur leurs démarches de construction, afin de mieux comprendre comment se manifestait la genèse sémiotique. Mais, nous n'avions ni le temps ni les ressources pour réaliser une telle analyse dans le cadre de ce mémoire.

Finalement, il faut garder en tête que l'expérimentation a été menée dans la classe de l'enseignante-expérimentatrice-chercheuse. Même si cela apporte des avantages à plusieurs égards, il ne faut pas perdre de vue que les élèves ont eu de la difficulté à ne recevoir aucune rétroaction et approbation de leur enseignante qui jouait le rôle de l'expérimentatrice. Le contrat didactique a été quelque peu rompu : les élèves ont demandé à plusieurs reprises de l'aide à leur enseignante, ont posé des questions sans avoir de réponse et aucun bilan n'a été fait après chaque scénario. Malgré cela, les élèves sont restés engagés et motivés, mais il est indéniable que tous auraient bénéficié d'une phase d'institutionnalisation entre chaque scénario, voire à chaque étape de l'activité.

4. Des retombées dans le milieu scolaire

Cette recherche a apporté un éclairage sur l'organisation de tâches qui favorisent l'apprentissage des concepts géométriques : l'hypothèse de plusieurs chercheurs selon laquelle la reconnaissance, la description et la reproduction de figures interagissent ensemble (Mathé, 2012; Offre, Perrin-Glorian, Verbaere, 2006 ; Duval, Godin. 2005 ; Pierrard, 2001) est confortée par les résultats de notre recherche. La description et la reproduction sont des activités qui vont de pair. Plus précisément, la description, que nous avons assimilée à la verbalisation écrite de la genèse sémiotique, semble être une aide à la reproduction d'une figure géométrique.

De plus, cette recherche nous a permis de mieux décrire les erreurs des élèves dans l'activité de reproduction : ils ont plus de difficulté à reproduire les figures en position non-prototypique, l'utilisation de l'équerre et de la règle graduée dans de telles positions les amènent à commettre plus de maladresses, et ce, tant sur papier blanc que sur quadrillage. De surcroit, le papier quadrillé n'est pas un support aussi transparent que l'on pourrait le penser : on peut le considérer comme un instrument dont l'usage doit être explicité. Ces observations suggèrent que l'usage des instruments doit être enseigné explicitement et les élèves doivent les utiliser plus souvent. Cette expérimentation a aussi révélé la difficulté de la maîtrise du vocabulaire géométrique et de l'utilisation du vocabulaire spatial chez les élèves.

Enfin, le cadre des ETM_G est vraisemblablement un modèle théorique qui permettrait aux enseignants de mieux cibler les difficultés de leurs élèves et de les accompagner dans leurs apprentissages. Ce modèle théorique pourrait ainsi faire évoluer l'enseignement de la géométrie plane. Mais d'autres recherches sont nécessaires pour confirmer (ou infirmer) ces hypothèses.

CONCLUSION

Cette recherche prend sa source dans notre désir de mieux accompagner nos élèves du 2e cycle dans leurs apprentissages de la géométrie plane. Quelles activités peut-on mettre en place afin que ces élèves maîtrisent et emploient du vocabulaire géométrique pertinent tout en faisant un usage plus approprié des instruments de géométrie? Tel était notre objectif initial.

Plusieurs chercheurs émettent l'hypothèse que la combinaison de tâches de description et de reproduction de figures permettrait aux élèves d'analyser plus précisément les figures et de développer une meilleure connaissance des propriétés des figures géométriques (Offre, Perrin-Glorian, Verbaere, 2006 ; Duval, Godin. 2005 ; Pierrard, 2001). En particulier, selon Mathé (2012), la verbalisation et les interactions langagières aideraient les élèves à établir des liens entre les objets géométriques et les concepts qui y sont associés. Pierrard (2001) mentionne que l'élève devrait avoir des connaissances préalables sur l'usage des instruments de géométrie pour proposer des descriptions de figures et des programmes de construction pertinents. Pour ce faire, l'élève doit être en mesure de changer le regard qu'il porte sur les figures : il ne doit plus percevoir les figures en termes de surfaces (2D) mais en termes de lignes et de points (1D) (Offre, 2006; Duval, 2005). Ce changement de regard, aussi appelé déconstruction dimensionnelle, peut être provoqué par les conditions de reproduction, les instruments de géométrie disponibles et le choix de la figure.

Mais nous avons constaté que les activités de description et de reproduction de figures sont limitées dans les manuels scolaires québécois. Les tâches de description de figures consistent principalement à employer du vocabulaire géométrique fourni dans les énoncés. Les élèves ont peu d'occasion d'utiliser spontanément du vocabulaire pour décrire des figures géométriques. De plus, comme les figures sont majoritairement disposées de façon prototypique dans les tâches de constructions, les élèves les réussissent perceptivement ou en n'utilisant que la règle graduée. En effet, l'utilisation de l'équerre n'est pas préconisée dans les programmes scolaires et les manuels.

C'est la raison pour laquelle la mise en place d'activités de descriptions et de reproductions de figures semble pertinente; elle permettrait sans doute aux élèves de mettre à profit leurs connaissances et de révéler leurs habiletés en géométrie plane. L'activité de reproduction de figures participe-t-elle aux apprentissages en géométrie chez les élèves du primaire? Et de quelle manière?

Afin d'établir les liens qui existent entre la description de la figure et sa reproduction, nous avons utilisé le cadre des espaces de travail mathématique (ETM_G) et plus particulièrement le plan sémiotique-instrument [SEM-INS] et les liens entre l'objet géométrique (*representamen*), les instruments (*artefact*), la visualisation que l'élève a de cet objet géométrique et la construction qu'il fait (Kuzniak, 2014). En termes d'ETM_G, la genèse sémiotique et la genèse instrumentale sont liées. Est-il possible de décrire une articulation entre les genèses dans le plan sémiotique-instrumental [SEM-INS] qui serait source d'apprentissage pour l'élève ?

Afin de tenter de répondre à cette question, nous avons proposé à vingt-cinq élèves d'une classe de 4e année de décrire et de reproduire six figures complexes selon trois scénarios différents. Dans le premier scénario, les élèves ont reproduit la figure modèle puis ils ont décrit la construction qu'ils venaient de faire, individuellement et collectivement. Dans le deuxième scénario, ils ont décrit la figure modèle, individuellement et collectivement, puis ils l'ont reproduite alors qu'ils avaient toujours la figure modèle sous les yeux. Enfin, dans le troisième scénario, les élèves ont reçu un programme de construction rédigé par la chercheuse et ils ont construit la figure décrite dans ce programme. Les figures complexes, composées de deux figures élémentaires, respectaient les critères de Duval et Godin (2005) et étaient reproduites sur papier quadrillé ou sur papier blanc. Aucune institutionnalisation n'a été effectuée entre les tâches; les élèves ont validé leur reproduction à l'aide d'un calque.

Les résultats montrent que c'est dans le contexte du scénario 2, description avant reproduction, que les élèves ont obtenu sensiblement plus de réussites. Ils y ont proposé des descriptions plus complètes : la nature des figures, les mesures de longueurs et les relations spatiales entre les figures élémentaires étaient plus présentes. Dans ce même scénario 2, les reproductions ont aussi été légèrement mieux réussies, même si les résultats sont similaires au scénario 1. Dans le scénario 2, nous avons remarqué que les élèves ont été plus précis dans leurs gestes de construction. À l'opposé, c'est le contexte du scénario 3 qui a amené les élèves à commettre le plus d'erreurs de construction : certains d'entre eux, n'étant pas habitués à la lecture de textes injonctifs, ont eu de la difficulté à comprendre le vocabulaire employé pour décrire les relations spatiales entre les figures. De plus, les structures de phrases complexes et l'usage de vocabulaire courant pour décrire ces relations spatiales, plus approximatifs, pouvait laisser place à plus d'interprétation. Rédiger des programmes de construction lorsque les élèves qui ne maîtrisent pas la désignation des points par les lettres est un défi autant pour la chercheuse que pour les élèves. C'est sans doute une limite à notre expérimentation. De plus, nous avons remarqué que l'utilisation du papier quadrillé n'est pas aussi transparente que l'on pourrait l'imaginer : certains élèves n'utilisent pas adéquatement les nœuds et les lignes du quadrillage. Aussi, les élèves commettent plus d'erreurs dans les configurations de figures dans lesquelles il y a des angles droits en position non-prototypique, et ce, quel que soit le support papier. Ceci suggère que certains élèves bénéficieraient sans doute d'un enseignement sur l'usage des instruments (règle, équerre, quadrillage). Enfin, comme aucune institutionnalisation n'a été effectuée lors de l'expérimentation, nous considérons qu'elle serait bénéfique pour les élèves, puisqu'elle leur permettrait de comprendre leurs erreurs de construction et pourraient développer leur vocabulaire géométrique.

Le cadre des ETM_G, et en particulier le plan sémiotique-instrumental [SEM-INS] et ses genèses, nous a permis de mettre en évidence quatre profils d'élèves lors de la réalisation de la tâche de description et de reproduction de figure : les genèses sémiotique et instrumentale peuvent être activées ou défaillantes simultanément ou une à la fois. Nous avons dans le cadre de notre recherche retrouvé ces quatre profils pour une même figure : ceci nous laisse entendre que ce modèle théorique, du moins le plan sémiotique-instrumental, est bien adapté pour décrire et analyser l'activité d'un élève lors d'une tâche de description et de reproduction de figure. Ainsi, ce modèle théorique pourrait être une aide pour l'enseignant qui veut accompagner l'élève dans ses apprentissages. Dans ces conditions, le cadre des ETM_G pourrait faire évoluer l'enseignement de la géométrie plane. Toutefois, la tâche sur laquelle nous avons testé le cadre des ETM_G pour analyser le travail des élèves ne nous permettait pas d'investiguer dans les autres plans des ETM_G, [SEM-DIS] et [INS-DIS]. Pour ce faire, il faudrait imaginer une (ou des tâches) dans lesquelles les élèves doivent élaborer aussi des éléments de preuve (genèse discursive), que ceux-ci soient instrumentés, donc relevant de GI, ou plus théoriques dont relevant de GII.

À la lumière de ces résultats, il serait sans doute pertinent d'explorer les éléments suivants dans d'autres recherches :

- mener des entretiens avec certains élèves pour valider l'activation ou non de la genèse sémiotique;
- réaliser une institutionnalisation entre chaque scénario et faire des retours avec les élèves à chaque étape pour vérifier si cela leur permettrait de progresser davantage;
- mener une recherche similaire avec des élèves d'un niveau scolaire plus élevé, comme des élèves de 6e année ou de 1re secondaire, afin qu'ils soient plus habiles avec l'utilisation des instruments de géométrie;
- réaliser une recherche similaire avec un plus grand effectif d'élèves pour infirmer ou confirmer que la description peut être une aide à la reproduction;
- explorer l'activation de la genèse discursive dans les plans sémiotique-discursif [SEM-DIS] et instrumental-discursif [INS-DIS] du cadre des ETM_G à partir d'une autre activité de géométrie, pour décrire le travail d'un élève à un autre niveau de scolarité et pour apprécier l'aide que ce cadre théorique peut apporter à l'enseignant.

BIBLIOGRAPHIE

Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work, *International Journal of Computers for Mathematical Learning, 7*(3), 245 – 274.

Aubé, C., Bergeron, C., Sauvageau, K. (2013). *Agent math 004 : Mathématiques. 2e cycle du primaire. Cahier d'exercices.* Anjou : Les Éditions CEC inc.

Bergeron, C. & Sauvageau, K. (2014). *Caméléon classe branchée, 2e édition, 4e année : Cahier d'apprentissage A.* Anjou : Les Éditions CEC inc.

Berthelot, R. & Salin, M. H. (2000-2001). L'enseignement de la géométrie au début du collège. Comment peut-on concevoir le passage de la géométrie du constat à la géométrie déductive? *Petit x*, (56), 5 – 34.

Bouleau, N. (2001). Reproduction et géométrie en cycle 1 et 2, *Grand N*, (67), 15 – 32.

Braconne-Michoux, A. (2008). *Évolution des conceptions et de l'argumentation en géométrie chez les élèves : paradigmes et niveaux de van Hiele à l'articulation CM2-6e* (Thèse de doctorat, Université de Paris Diderot-Paris 7).

Braconne-Michoux, A. (2014a). Les niveaux de pensée en géométrie de van Hiele : de la théorie à l'épreuve de la classe. *Bulletin AMQ, LIV* (1), 24 – 45.

Braconne-Michoux, A. (2014b). Papier pointé, papier blanc, pliage: propriétés des figures géométriques en jeu sont-elles les mêmes ? *Bulletin AMQ, LIV* (3), 8 – 26.

Braconne-Michoux, A (2016). *La géométrie à l'école primaire : Des pistes pour l'enseignement de la géométrie et de la mesure.* Montréal: Les Éditions JFD.

Burger, W. F & Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education, 17*(1), 31 - 48. National Council of Teachers of Mathematics.

Capponi, B., Laborde, C. (1994) L'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherche en Didactique des Mathématiques,* 14 (1.2), La pensée sauvage, Grenoble.

Castella, C., Consigliere, L., Guzman, I., Houdement, C., Kuzniak, A., Rauscher, J.C. (2006). Chapitre 2: Paradigmes et espaces de travail géométrique. Dans Cori, R. (dir.), Paradigmes géométriques et géométrie enseignée au Chili et en France. Une étude comparative de l'enseignement de la géométrie dans les systèmes scolaires chilien et français, *Cahier de Didirem, IREM,* (6), 9 – 34, Université Paris 7- Denis Diderot. Paris.

Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N* (76), 7 – 27.

Duval, R. (1995). *Why to teach geometry? Icmi Studies on Geometry*. Catania.

Eco, U. (1988). *Le signe. Introduction à un concept et à son histoire,* Bruxelles : Labor.

Favrat, J.F. (1991-1992). Tracés aux instruments et raisonnements géométriques, *Grand N,* (49), 11 – 35.

Gauthier, J. (2015) *Enseignement de la géométrie en première secondaire et conceptions d'élèves: une oscillation entre la perception, la mesure et la théorie.* (Thèse de doctorat inédite). Université de Montréal.

Gobert, S. (2007). Conditions nécessaires à l'usage des dessins en géométrie déductive. *Petit x* (74), 34 – 59.

Gonseth, F. (1945-1955). *La géométrie et le problème de l'espace*. Lausanne : Éditions du Griffon.

Guay, S. & Lemay, S. (2002). *Clicmaths mathématiques au primaire : 2e cycle du primaire. Manuel de l'élève A et B.* Laval : Les Éditions Grand Duc.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (1998-1999). Géométrie et paradigmes géométriques. *Petit x,* (51), 5 – 21.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (1998-1999). Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maitres. *Grand N,* (64), 65 – 78.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (2003). Epistémologie et didactique : un exemple de cadre conceptuel pour analyser l'enseignement de la géométrie. *Carnet de route de la COPIRELEM, Concertum. Dix ans de formation des professeurs des écoles en mathématiques. Tome 2 - Démarches et savoirs à enseigner,* 95 – 106.

Houdement, C. & Kuzniak, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie *Annales de didactique et sciences cognitives, 11*, 175 – 193.

Houdement, C. (2007). À la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège. *REPÈRES-IREM,* (67), 69 – 84.

Kahane, J.-P. (2000) Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. Rapport d'étape sur la géométrie et son enseignement.

Kahane, J.-P. (2002) *L'enseignement des sciences mathématiques*. Paris : Éditions Odile Jacob.

Keskessa, B., Perrin-Glorian, M.-J.et Deplace, J.-R. (2007). Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie, *Grand N,* (79), 33 – 60.

Kuzniak, A. (2006). Paradigmes et espaces de travail géométriques, éléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie. *Canadian Journal of Science, Mathematics and technology education*, *6*(2), 167 – 187.

Kuzniak, A. (2010). Un essai sur la nature du travail géométrique en fin de la scolarité obligatoire en France. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *15*, 75 – 95.

Kuzniak, A. (2011). L'espace de travail mathématique et ses génèses. *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, *16*, 9 – 24.

Kuzniak, A. et Richard, P.R. (2014). Espaces de travail mathématique. Points de vue et perspectives. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *17.4* (I), 5 - 40.

Lacasse, C. (2002). *Adagio : Mathématiques. 2e cycle du primaire. Manuels C et D.* Anjou : Les Éditions CEC inc.

Lemonnier Jore, F. (2006). *Paradigmes géométriques et formation initiale des professeurs des écoles, en environnements papier-crayon et informatique. Histoire et perspectives sur les mathématiques* (Thèse de doctorat, Université Denis Diderot Paris VII).

Lyons, M. & Lyons, R. (2002). *Défi mathématique 2e cycle, 2 : Cahier d'apprentissage 4e année.* Saint-Laurent : Les Éditions de la Chenelière inc.

Margolinas, C., Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, *Revue des sciences de l'éducation*, *35*(2), 59 – 82.

Mathé, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. Recherches en Didactiques des Mathématiques, *RDM, 32*(2), 195 – 228.

Miller, N. (2007). *Euclid and his Twentieth Century Rivals: Diagrams in the Logic of Euclidean Geometry,* Stanford: CLSI Publications.

Ministère de l'éducation de l'Ontario (2006). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la 4e à la 6e année : Géométrie et sens de l'espace. Fascicule 1. Formes géométriques.* Repéré à : http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_4-5-6_GSE_fasc1.pdf

Ministère de l'éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, Direction de l'Enseignement scolaire. (2002). *Les nouveaux programmes l'école primaire : Mathématiques. Document d'accompagnement. Espace et géométrie au cycle 2.* Repéré à http://dpernoux.chez-alice.fr/Docs/espace.pdf

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, Gouvernement du Québec. (2009). *Programme de formation de l'école québécoise : progression des apprentissages en mathématiques*. Repéré à http://www1.education.gouv.qc.ca/progressionPrimaire/mathematique/pdf/math_sectionCom.pdf

Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport, Gouvernement du Québec. (2001). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement primaire, Domaine de la mathématique, de la science et de la technologie.* Repéré à http://www1.education.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/pdf/prform2001.pdf

Nechache, A. (2014). Comparaison de la démarche de la validation dans les espaces de travail idoines en géométrie et en probabilité. Dans Gómez-Chacón, I., Escribano, J., Kuzniak, A., Richard, P.R. (Eds), *Espace de Travail Mathématique, Actes Quatrième Symposium ETM.* (1re éd, p.51-68) Madrid, Espace : Instituto de Matemática Interdisciplinar.

Offre, B., Perrin-Glorian, M.-J., Verbaere, O. (2006). Usage des instruments et propriétés géométriques en fin de CM2. *Grand N,* (77), 7 – 34.

Parzysz, B. (1988). « Knowing » vs « Seeing ». Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics*, (19), 79 – 92.

Parzysz, B. (1989). *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir* (Thèse de doctorat, Université Paris-7).

Parzysz, B. (2001). Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1. *Carnet de route de la COPIRELEM, Concertum. Dix ans de formation des professeurs des écoles en mathématiques. Tome 2 - Démarches et savoirs à enseigner,* Tours, 107 – 125.

Perrin, M. J. (2004). Éclairages et questions pour la didactique des mathématiques : cadres et registres en jeu dans la résolution de problèmes en lien avec les connaissances des élèves et recherches sur l'action des enseignants en classe. »; *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, *9*, 67 – 82.

Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A.-C., Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. *REPERES – IREM*, (90), 5 – 41.

Pierrard, A. (2004). Des écrits pour présenter des dessins géométriques, *Grand N,* (74), 7 – 30.

Pinet, L. & Gentaz, E. (2007). La reconnaissance des figures géométriques planes par les enfants de 5 ans, *Grand N,* (80), 17 – 28.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies.* Paris : Armand Colin.

Salin, M.H. (2006). Du CM2 à la sixième : quelques pistes pour une transition plus efficace (2e partie), *PLOT,* (14), 2 – 9.

Tanguay, D., Kuzniak, A., Gagatsis, A. (2014) THEME 1 : Le travail mathématique et les espaces de travail mathématique. Dans Gómez-Chacón, I., Escribano, J., Kuzniak, A., Richard, P.R. (Eds), *Espace de Travail Mathématique, Actes Quatrième Symposium ETM.* (1re éd, p.33-38). Madrid : Instituto de Matemática Interdisciplinar.

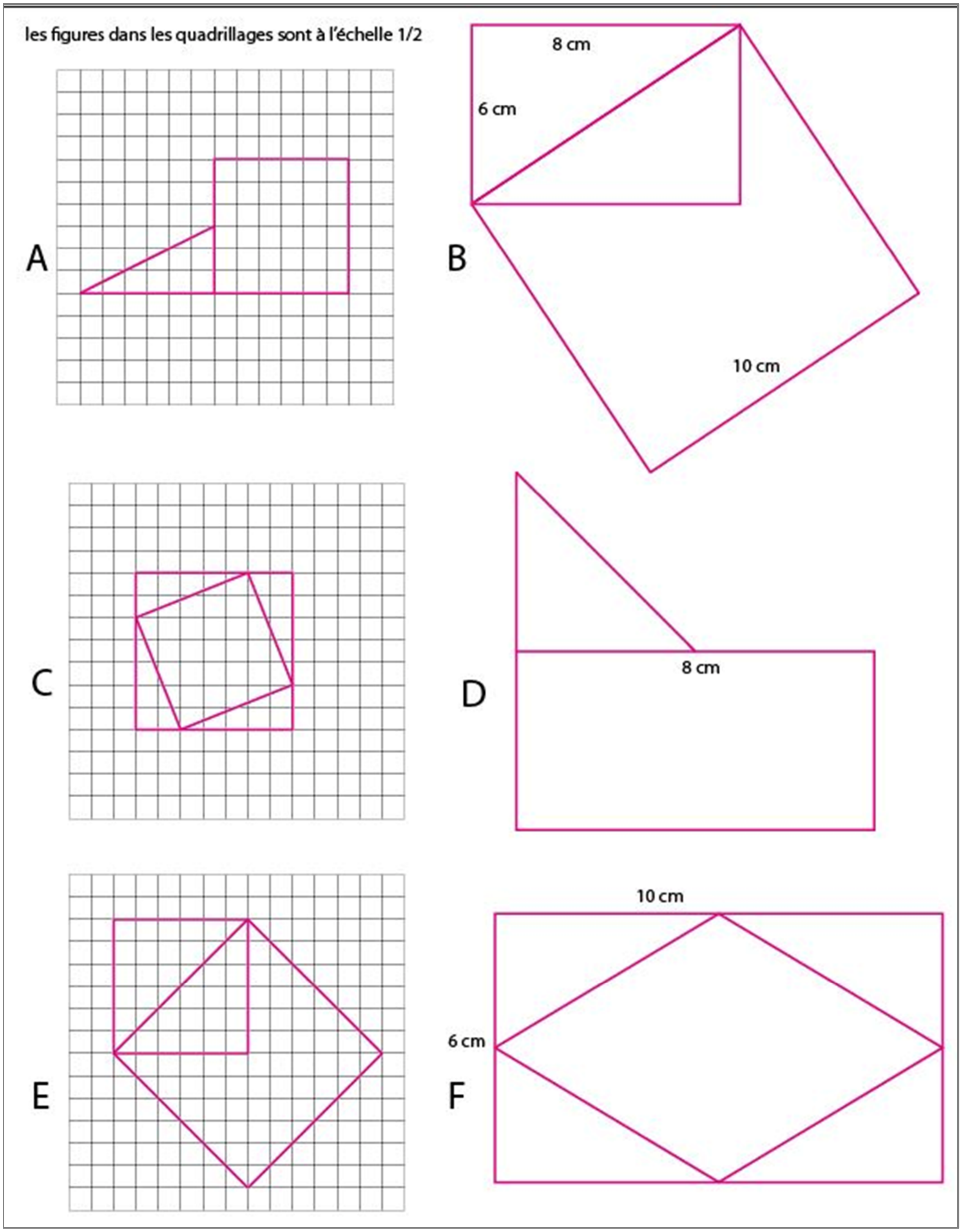
Thouin, M. (2014) *Réaliser une recherche en didactique.* Montréal : Éditions MultiMondes

Uziskin, Z. (1982) *van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry,* CDASSG Project, University of Chicago, ED220288.

Van Hiele, P.M. & van Hiele-Geldof, D. (1958). "A Method of Initiation into Geometry"; Report on Methods of Initiation into Geometry, in H. Freudenthal, Learning and Understanding in Mathematics, a Tribute to Richard Skemp, 27 - 47.

Van Hiele, P.-H. (1959). La pensée de l'enfant et la géométrie, *Bulletin de l'APMEP,* (198), 199 – 205.

Annexe 1 : Les six figures complexes



Annexe 2 : Guide de l'expérimentateur

I. Scénario 1

a. Description du déroulement

Dans ce scénario, l'élève a accès à la figure modèle. Il la reproduit à l'aide de ses instruments sur une autre feuille 8 ½ × 11. Cependant, il est important de noter que l'élève n'a pas le droit de calquer la figure modèle. L'élève dispose de 10 minutes pour reproduire la figure modèle. Puis, il décrit la figure qu'il vient de reproduire. L'élève dispose de 10 minutes pour décrire à l'écrit sa reproduction. L'élève met en commun sa description avec celles des partenaires de son groupe de 4 élèves. L'expérimentatrice vient soutenir les discussions. Les élèves rédigent une description d'équipe sur une feuille 8 ½ × 14. Puis, l'élève valide sa production avec un calque. En cas d'échec, il est invité à confronter sa construction, sa description individuelle avec la figure modèle.

b. Consignes données aux élèves

Comme pour tous les scénarios, la classe constituée de 25 élèves est organisée de la même manière : il y a trois groupes composés de 2 sous-groupes de quatre élèves. Les deux sous-groupes reçoivent les mêmes figures et travaillent sur ces dernières au même moment.

Tout d'abord, l'expérimentatrice informe les élèves qu'ils recevront une figure modèle, qu'ils auront à la reproduire individuellement, puis qu'ils auront à décrire leur reproduction. Finalement, ils auront à rédiger une description d'équipe à partir des descriptions individuelles. Ensuite, elle donne les consignes plus précisément à chaque étape du scénario. Voici les consignes qui sont inscrites au tableau :

1. *Je reproduis la figure modèle;*
2. *Je décris ma reproduction le plus précisément possible, comme pour permettre à un ami de la reproduire à son tour;*
3. *Mon équipe et moi écrivons une description collective;*
4. *Je vérifie ma reproduction avec le calque.*

Nous décrivons ci-dessous les consignes orales qui sont données aux élèves.

1) *« Les élèves, aujourd'hui, vous recevrez une figure géométrique modèle, que vous aurez à reproduire sur une autre feuille, vous aurez à décrire votre reproduction, puis à décrire en équipe.*

« Vous avez tous reçu une figure modèle qui est composée de plusieurs figures. Vous allez la reproduire le plus précisément possible sur la feuille « reproduction de la figure X ».

Les étapes suivantes sont :

- Demander à un élève de reformuler la consigne pour s'assurer qu'ils ont tous compris ce qui est attendu. Demander aux élèves de sortir leur matériel : stylo et instruments de géométrie (règle graduée, équerre).
- Distribuer la figure modèle A au groupe 2, la figure C au groupe 3 et la figure E au groupe 1 et les feuilles 8 ½ × 11 (papier quadrillé) réservées pour les reproductions.
- Dès que les élèves reçoivent les feuilles, ils peuvent commencer la tâche. Laisser 10-15 minutes aux élèves pour qu'ils reproduisent leur figure modèle. Circuler dans la classe pour s'assurer que tous les élèves respectent la consigne. Indiquer au bout de 5 minutes, le temps qu'il reste pour réaliser la tâche. Il est possible d'accorder quelques minutes supplémentaires, si une majorité des élèves de la classe n'a pas terminé de reproduire sa figure. Si un élève veut calquer la figure modèle, fixer les feuilles de la figure modèle et de la reproduction au pupitre de l'élève avec de la gommette. Pour que les élèves ne regardent pas les procédures de leur voisin, mettre des isoloirs entre les élèves.
- Lorsque tous les élèves ont terminé, demander aux élèves de déposer leur stylo.
- Leur demander aussi de retourner la figure modèle pour qu'ils ne puissent pas s'y référer pour décrire leur reproduction.

2) *« Maintenant que vous avez reproduit votre figure modèle, vous allez décrire votre reproduction sur la feuille « description de la figure X ». Vous devez décrire la figure le plus précisément possible comme si cette figure était cachée parmi un lot de figures. À partir de votre description, un camarade de la classe devrait être capable de retrouver la figure parmi un lot de figures ayant quelques caractéristiques très proches les unes des autres. Comme vous pouvez le voir sur le TNI, j'ai affiché un*

lexique géométrique qui pourra vous aider à faire votre description. Sachez que vous n'êtes pas obligés de l'utiliser. »

- Dès que les élèves reçoivent les feuilles, ils peuvent commencer la tâche. Leur laisser 10 minutes pour qu'ils rédigent leur description. Circuler dans la classe pour s'assurer que tous les élèves respectent la consigne. Indiquer aux 5 minutes le temps qu'il reste pour réaliser la tâche. Il est possible d'accorder quelques minutes supplémentaires, si une majorité d'élèves n'a pas terminé de rédiger sa description.
- Lorsque tous les élèves ont terminé, demander aux élèves de déposer leur stylo.

3) *« Maintenant que vous avez vos descriptions individuelles, vous devez écrire une description d'équipe. Vous devez lire chacun votre tour votre description individuelle. Quand vous avez tous lu votre description, vous devez créer* ***ensemble*** *une nouvelle description d'équipe sur cette feuille (feuille 8 ½ × 14). Vous disposerez d'une quinzaine de minutes »*

Il est important de mentionner aux élèves qu'ils doivent rédiger une 5^e^ description et non réutiliser une des descriptions déjà produites par un membre de l'équipe, car le but est d'enrichir et d'approfondir les descriptions individuelles. L'expérimentatrice nomme un secrétaire au sein de chaque équipe qui sera responsable de rédiger la description collective.

- Demander à un élève de reformuler la consigne pour s'assurer que tous les élèves ont compris ce qui est attendu.
- Laisser une quinzaine de minutes aux élèves pour réaliser la tâche. Circuler dans la classe et intervenir si un élève ne participe pas à la discussion ou si les autres membres ne prennent pas en considération ces propositions.
- Quand les élèves ont terminé leur description collective, l'expérimentatrice vient la lire et s'assure que tous les membres de l'équipe comprennent ce qui est écrit (nous ne voulons pas que ce soit un travail individuel). Puis, l'expérimentatrice leur prête le calque, afin qu'ils valident leur production. En cas d'erreur, l'élève est invité à décrire sa reproduction en faisant le lien avec la description d'équipe.

Refaire les mêmes étapes, mais cette fois-ci en distribuant la figure modèle B au groupe 2, la figure D au groupe 3 et la figure F au groupe 1.

II. Scénario 2

a. Description du déroulement

Dans ce scénario, l'élève a accès à la figure modèle (à l'échelle 1). On lui demande de la décrire : il note à l'écrit sa description de la figure. L'élève aura 5-10 minutes pour rédiger sa description. Une fois la description réalisée, l'élève met en commun sa description avec ses partenaires d'un groupe de 4 élèves pour enrichir les descriptions individuelles. Puis, en groupe, ils produisent une affiche de la description de la figure modèle sur une feuille 8 ½ × 14. Le groupe a au maximum 15 minutes pour ce faire. L'expérimentatrice s'assure que les élèves ont utilisé des mots dont tous les membres du groupe comprennent le sens pour vérifier si tous les élèves ont contribué, d'une certaine façon, à la description collective. Ensuite, sur une autre feuille 8 ½ × 11, chaque élève reproduit la figure modèle qui lui est attribuée et qu'il a décrite. Il valide sa production avec un calque de la figure modèle. En cas d'erreur, l'élève est invité à décrire sa reproduction en faisant le lien avec sa description.

b. Consignes données aux élèves

Les élèves sont répartis en groupes et sous-groupes comme dans le scénario 1.

Tout d'abord, l'expérimentatrice informe les élèves qu'ils recevront une figure modèle, qu'ils auront à la décrire individuellement, puis qu'ils auront à rédiger une description d'équipe et finalement ils auront à la reproduire. Ensuite, elle donne les consignes plus précisément à chaque étape du scénario. Voici les consignes qui sont inscrites au tableau :

1. *Je décris ma figure modèle le plus précisément possible ;*
2. *Mon équipe et moi écrivons une description collective ;*
3. *Je reproduis la figure modèle ;*
4. *Je vérifie ma reproduction avec le calque.*

Nous présentons ci-dessous les consignes orales qui seront données aux élèves.

1) *« Les élèves, aujourd'hui, vous recevrez une figure géométrique modèle, que vous aurez à décrire seul, à décrire en équipe, puis à reproduire sur une autre feuille.*
2) *« Vous avez tous reçu une figure modèle qui porte un nom A, B, C ou autre, qui est composée de plusieurs figures que vous connaissez bien. Vous aurez à décrire cette*

figure modèle sur la feuille « description de la figure X ». Vous devez la décrire le plus précisément possible comme si cette figure était cachée parmi un lot de figures. À partir de votre description, un camarade de la classe devra être capable de retrouver la figure parmi un lot de figures ayant quelques caractéristiques très proches les unes des autres comme dans l'activité faite la 1re semaine lors des activités préliminaires. Comme vous pouvez le voir sur le TNI, j'ai encore affiché un lexique géométrique qui pourra éventuellement vous aider à faire votre description. Sachez que vous n'êtes pas obligés de l'utiliser. »

Le mode de fonctionnement est semblable à celui qui a été utilisé dans le scénario 1.

- Demander à un élève de reformuler la consigne pour s'assurer que tous les élèves ont compris ce qui est attendu. Demander aux élèves de sortir leur matériel : stylo et instruments de géométrie.
- Distribuer la figure modèle A au groupe 1, la figure C au groupe 2 et la figure E au groupe 3 et les feuilles 8 ½ × 11 (papier quadrillé) réservées pour les descriptions individuelles. Dès que les élèves reçoivent les feuilles, ils peuvent commencer la tâche. Laisser 10 minutes aux élèves pour qu'ils rédigent leur description. Circuler dans la classe pour s'assurer que tous les élèves respectent la consigne. Indiquer au fur et à mesure le temps qu'il reste pour réaliser la tâche. Il est possible d'accorder quelques minutes supplémentaires, si une grande majorité de la classe n'a pas terminé de rédiger sa description.
- Lorsque tous les élèves ont terminé, demander aux élèves de déposer leur stylo.

3) *« Maintenant que vous avez terminé vos descriptions individuelles, vous devez rédiger une description d'équipe. Vous devez lire chacun votre tour votre description individuelle. Quand vous avez tous lu votre description, vous devez créer* ***ensemble*** *une nouvelle description d'équipe sur cette feuille (feuille 8 ½ × 14). Vous disposerez d'une quinzaine de minutes ».*

Comme pour le scénario 1, il est important de mentionner aux élèves qu'il faut écrire une 5e description et non prendre une des descriptions déjà rédigées par un membre de l'équipe, car le but est d'enrichir et d'approfondir les descriptions individuelles. L'expérimentatrice nomme un secrétaire au sein de chaque équipe qui sera responsable de rédiger la description collective.

- Demander à un élève de reformuler la consigne pour s'assurer que tous les élèves ont compris ce qui est attendu.

Laisser une quinzaine de minutes aux élèves pour réaliser la tâche. Circuler dans la classe et intervenir si un élève ne participe pas à la discussion ou si les autres membres ne prennent pas en considération ces propositions.

Quand les élèves ont terminé leur description collective, l'expérimentatrice vient la lire et s'assure que tous les membres de l'équipe comprennent ce qui est écrit (nous ne voulons pas que ce soit un travail individuel imposé à l'équipe).

- Quand tous les élèves ont terminé leur description, demander aux élèves de déposer leur stylo.
- Rappeler aux élèves qu'ils auront maintenant à reproduire leur figure modèle, qui reste disponible, sur une autre feuille (8 ½ × 11) prévue à cet effet.

> 4) *« Vous aurez à reproduire la figure modèle sur cette feuille (la montrer aux élèves). Vous devez la reproduire pour que votre reproduction soit identique à la figure modèle. Vous avez 10 minutes pour le faire. »*

- Demander à un élève de reformuler la consigne pour s'assurer que tous les élèves ont compris ce qui est attendu. Pour éviter qu'un élève ne calque la figure modèle, fixer les feuilles de la figure modèle et de la reproduction au pupitre de l'élève avec de la gommette. Pour que les élèves ne regardent pas les procédures de leur voisin, mettre des isoloirs entre les élèves. Quand un élève a terminé, il lève sa main et l'expérimentatrice lui prête le calque, afin qu'il valide sa production. En cas d'erreur, l'élève est invité à décrire sa reproduction en faisant le lien avec la description d'équipe.
- Refaire les mêmes étapes (papier blanc), mais cette fois-ci en distribuant la figure modèle B au groupe 1, la figure D au groupe 2 et la figure F au groupe 3.

III. Scénario 3

a. Description du déroulement

Dans ce scénario, dans un premier temps, l'élève reçoit la description d'une figure modèle en termes de programme de construction. Nous avons rédigé les programmes de construction des figures, en essayant de concilier le vocabulaire mathématique rigoureux, mais accessible aux élèves et les structures grammaticales qu'ils maîtrisent. En effet, pour plusieurs élèves de la classe le français est la 2e, la 3e voire la 4e langue! À partir de ce texte, l'élève construit la figure sur du papier quadrillé de dimension 8 ½ × 11. L'élève dispose de 15 minutes pour ce faire. La mise en commun consiste à échanger sur les écarts entre les productions des élèves et la figure modèle en les verbalisant : s'agit-il d'une erreur? D'une approximation? Etc. La référence au vocabulaire utilisé dans le texte de description est mise de l'avant. Les élèves disposent de 10 minutes pour ce faire. L'élève a accès à une deuxième feuille, s'il veut améliorer sa construction. Finalement, il valide sa production en la superposant à un calque de la figure modèle.

b. Consignes données aux élèves

Comme pour les autres scénarios, la classe est organisée de la même façon avec les mêmes groupes et mêmes sous-groupes.

Tout d'abord, l'expérimentatrice informe les élèves qu'ils recevront la description (un texte) d'une figure et qu'ils devront respecter ce texte pour produire la figure. Une fois la construction terminée, les membres d'une même équipe auront à comparer leur construction. Ils auront à échanger sur les ressemblances et les différences entre leur production. Ensuite, l'expérimentatrice donne les consignes plus précisément à chaque étape du scénario. Voici les consignes qui sont inscrites au tableau :

1. *Je construis une figure à partir de la description;*
2. *Mon équipe et moi comparons nos constructions;*
3. *Je vérifie ma reproduction avec le calque.*

Nous décrivons ci-dessous les consignes orales qui seront données aux élèves.

1) *« Les élèves, aujourd'hui, vous recevrez une description d'une figure. À partir de cette description, vous devez construire la figure qui y est décrite. Vous construirez la figure sur une autre feuille. Puis, une fois votre construction terminée, vous aurez à la comparer avec celles des membres de votre équipe. Vous devrez discuter pour comprendre les différences et les ressemblances de vos constructions. Vous aurez 10-15minutes pour construire votre figure et dès que tous les membres de votre équipe ont terminé, vous pouvez commencer à discuter ».*

Le déroulement de l'activité est alors le suivant :

- Demander à un élève de reformuler la consigne pour s'assurer que tous les élèves ont compris ce qui est attendu.
- Distribuer les descriptions aux élèves : la description de la figure A au groupe 3, la description de la figure C au groupe 1 et la description de la figure E au groupe 2.

Laisser une quinzaine de minutes aux élèves pour réaliser la tâche. Circuler dans la classe. Quand une équipe a terminé, lui donner le calque pour que les élèves vérifient leur construction. Suggérer aux élèves d'essayer de trouver leurs réussites et leurs erreurs.

- Refaire les mêmes étapes avec les descriptions des figures B, D et F (papier blanc) en distribuant la description de la figure B au groupe 3, la description de la figure D au groupe 1 et la description de la figure F au groupe 2.

IV. Précautions à suivre lors des scénarios

Lorsque les élèves décrivent les figures, il est important que l'expérimentatrice n'intervienne pas. Elle ne doit pas être influencée par son rôle d'enseignante. Elle ne doit pas commenter les descriptions en disant qu'elles sont bonnes ou incomplètes. Par exemple, si un élève écrit une description trop courte ou trop longue, l'expérimentatrice ne doit pas le lui indiquer.

De même, l'expérimentatrice ne doit pas intervenir lors des descriptions d'équipe pour les guider dans leur description et leur réflexion. À titre d'exemple, l'expérimentatrice ne doit pas dire aux membres qu'ils devraient davantage prendre en compte les idées d'un élève plutôt que celles d'un autre. Même si l'expérimentatrice espère que les élèves changeront de regard sur la figure, elle ne doit pas leur faire remarquer certaines relations entre différents éléments des figures, comme les égalités de longueurs, les alignements, etc., ou leur indiquer que certaines figures sont composées de figures juxtaposées ou superposées.

De plus, si certains élèves viennent lui demander des précisions sur du vocabulaire ou s'ils cherchent à valider leur travail, elle doit leur dire qu'elle ne peut pas répondre à leur question temps que dure ce travail sur les figures (expérimentation). L'expérimentatrice doit rester le plus neutre possible.

Lorsque les élèves reproduisent leur figure, l'expérimentatrice ne doit pas intervenir auprès des élèves pour leur dire que leur reproduction n'est pas exacte ou imprécise (nœuds du quadrillage, usage des instruments de géométrie). Elle ne doit pas leur dire qu'ils doivent recommencer ou leur indiquer où ils se sont trompés. Si un élève vient la voir pour lui demander si son travail est réussi, l'expérimentatrice ne peut pas lui indiquer. En revanche, elle acceptera qu'un élève reprenne son travail s'il le lui demande parce qu'il est insatisfait de sa production.

Lorsque les élèves construisent leur figure à partir du programme de construction, l'expérimentatrice ne peut pas leur indiquer la signification d'une étape. Enfin lorsqu'un élève considère qu'il a terminé sa construction, l'expérimentatrice ne peut le lui confirmer.

Par ailleurs, l'expérimentatrice indiquera aux élèves en début d'expérimentation que six figures circuleront dans la classe et qu'à la fin de l'expérimentation, chaque élève aura reproduit ces six figures selon des conditions de travail différentes. L'expérimentatrice ne précisera pas davantage et ne répétera jamais cette annonce.

Annexe 3 : Lexique géométrique

Triangle

Triangle isocèle

Triangle rectangle

Triangle isocèle rectangle

Carré

Rectangle

Losange

Quadrilatère

Droites parallèles

Droites perpendiculaires

Angle droit

Segment

Côté

Diagonale

Prolongement

Milieu

Sommet

Annexe 4 : Documents distribués à l'élève

Figure A

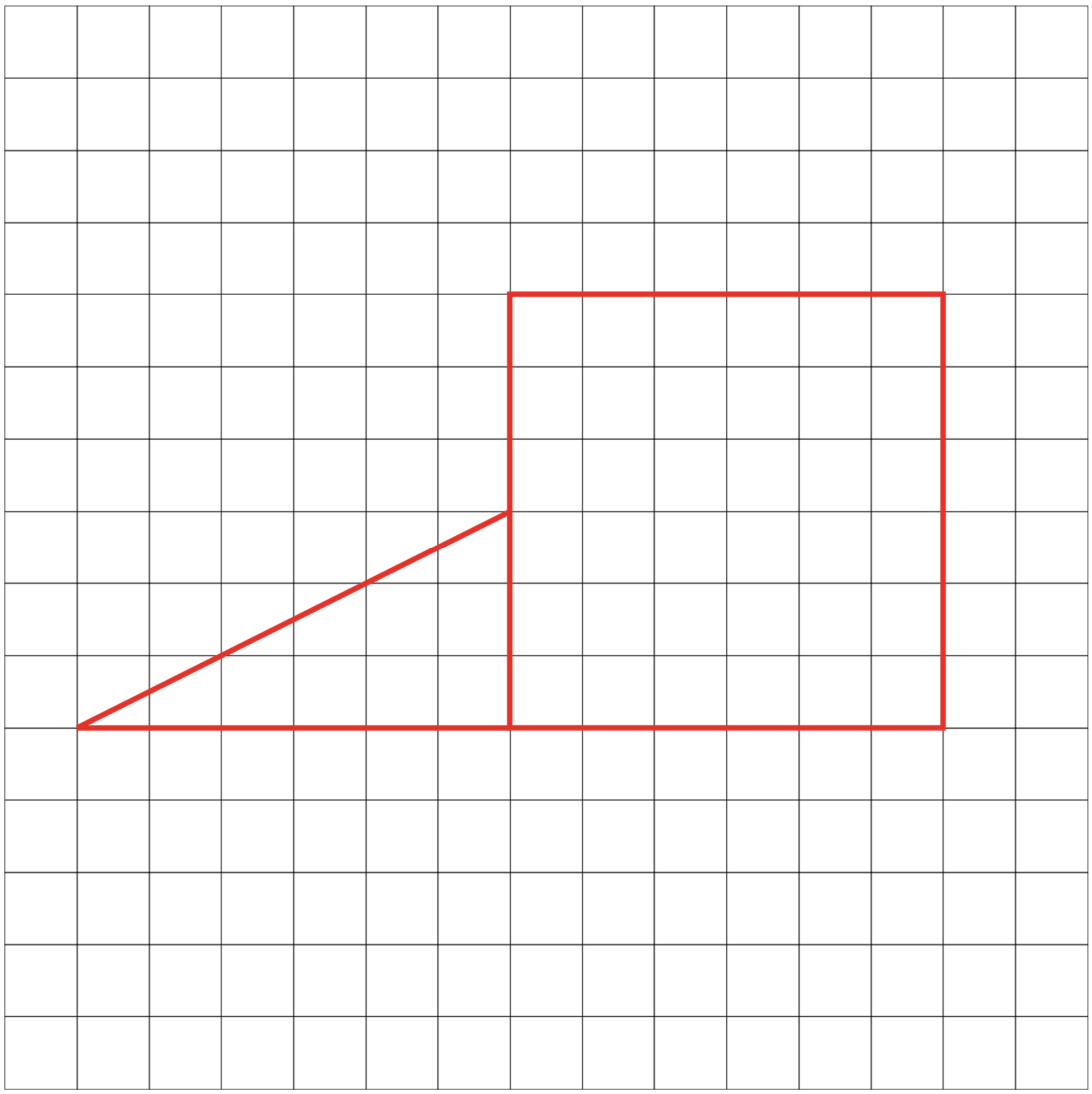


Figure B

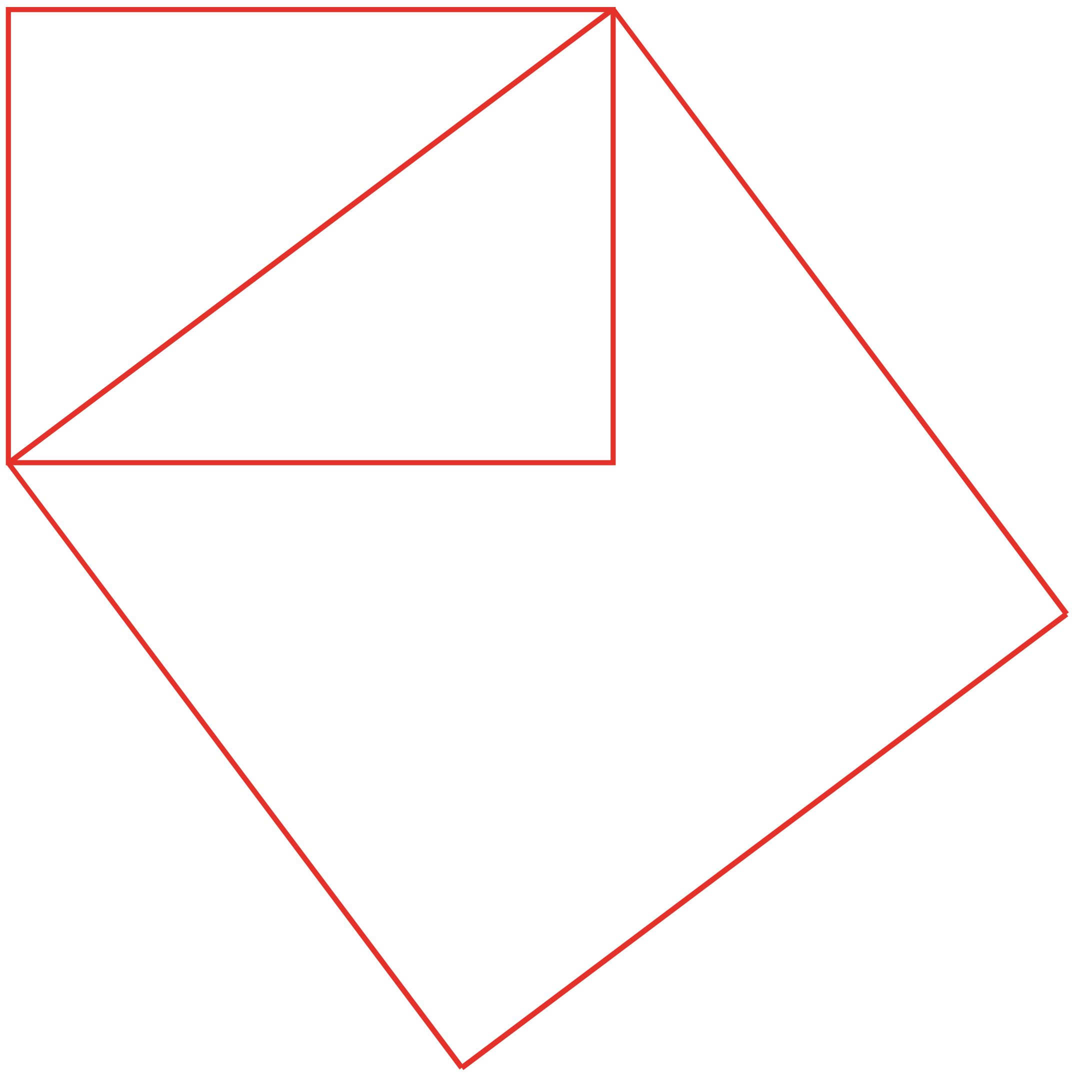


Figure C

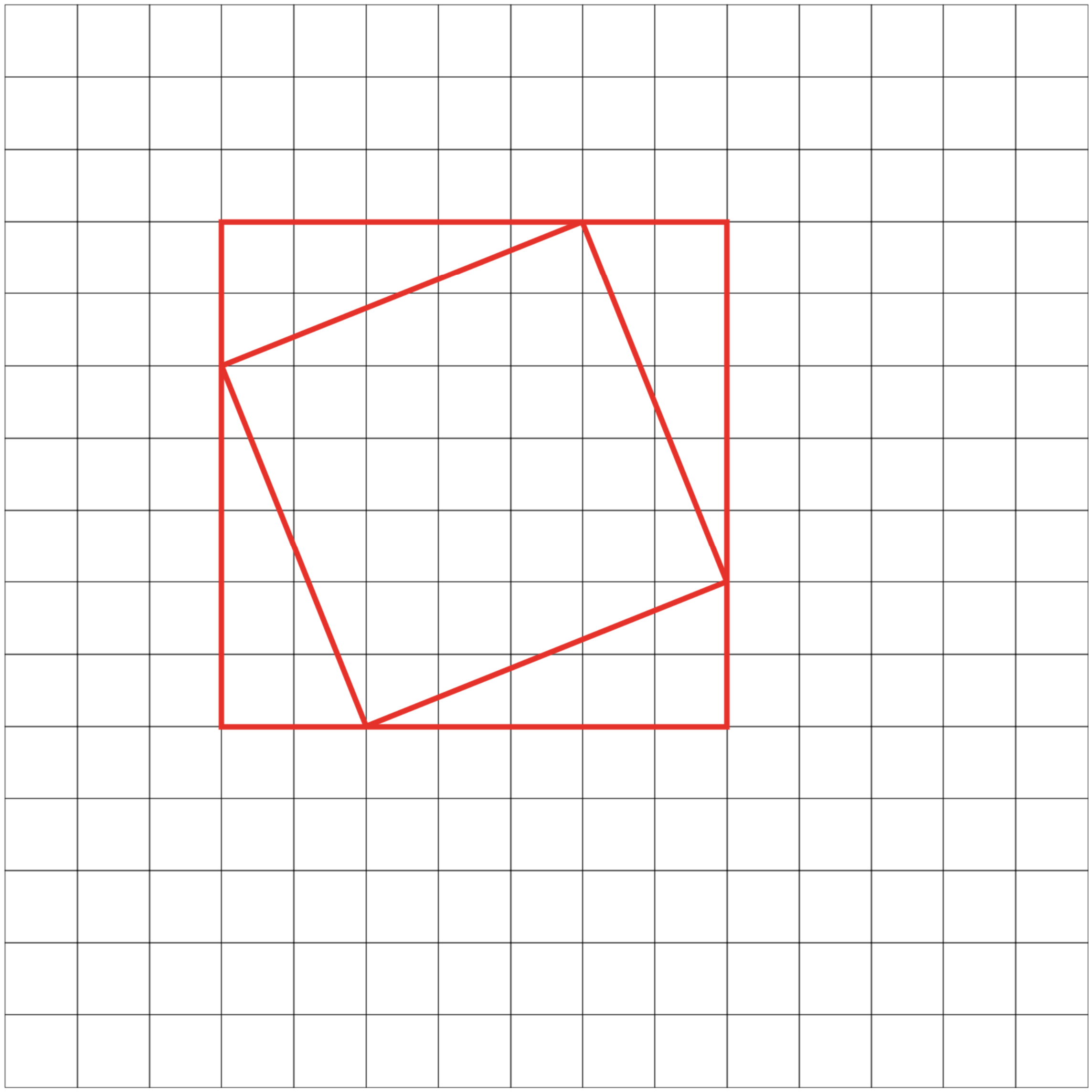


Figure D

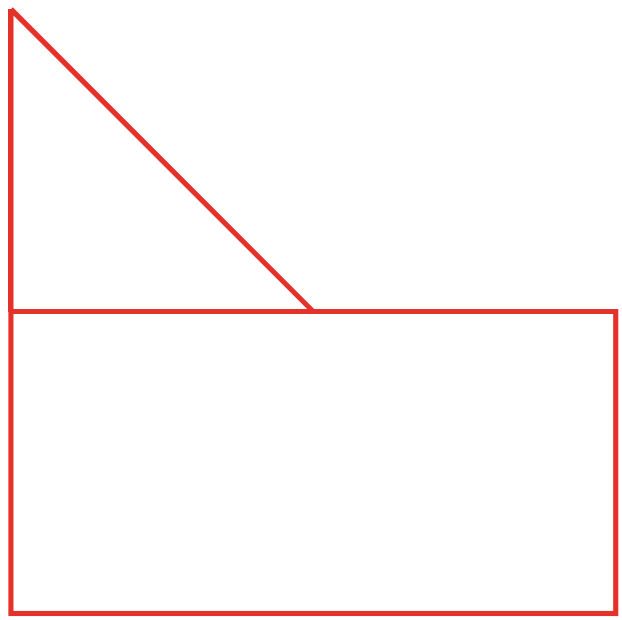


Figure E

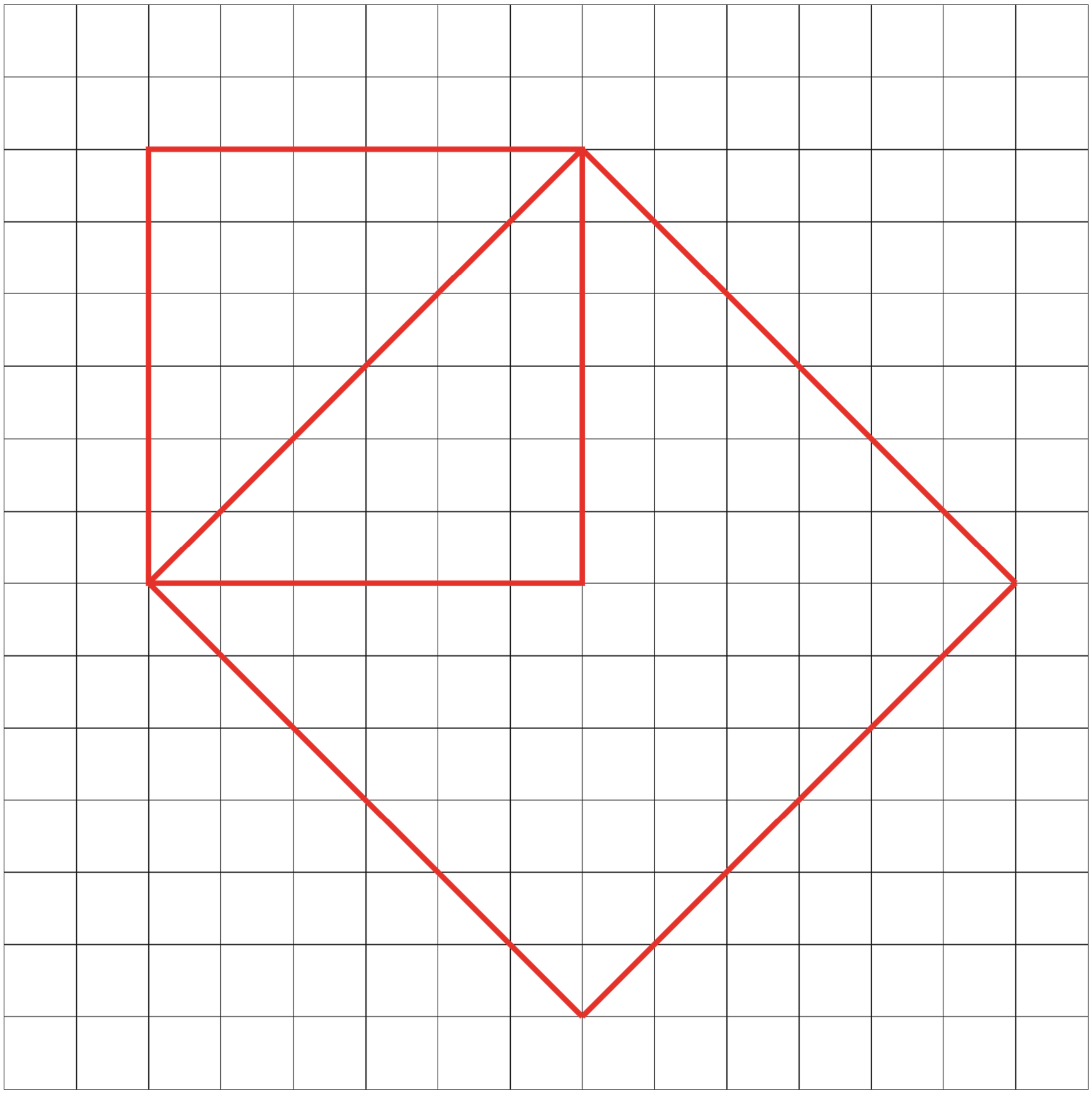
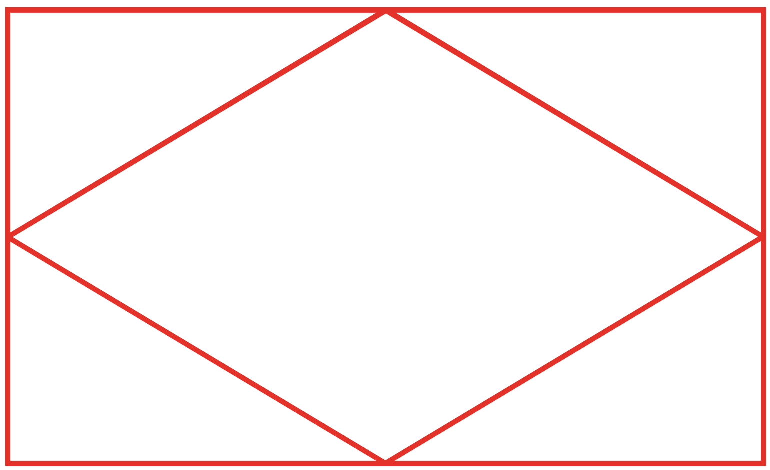


Figure F



Nom : ___________________

Géométrie

- Je décris la figure A.

____

____

____

____

____

Nom : ____________________

Géométrie

- Je décris la figure B.

____

____

____

____

____

Nom : ____________________

Géométrie

- Je décris la figure C.

____

____

____

____

____

Nom : ____________________

Géométrie

- Je décris la figure D.

____

____

____

____

____

Nom : ___________________

Géométrie

- Je décris la figure E.

____

____

____

____

____

Nom : ____________________

Géométrie

- Je décris la figure F.

____

____

____

____

____

Nom: ____________________________

Reproduis la figure A.

Nom: ______________________________

Reproduis la figure B.

Nom: ______________________________

Reproduis la figure C.

Nom: ______________________________

Reproduis la figure D.

Nom: ______________________________

Reproduis la figure E.

Nom: ______________________________

Reproduis la figure F

Nom : _______________________

Construis la figure A en suivant le programme de construction.

Figure A

- Construis un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 6 cm et 3 cm.
- Construis un carré de 6 cm de côté, collé au côté de 3 cm du triangle rectangle et à l'extérieur du triangle rectangle.
- Le côté de 6 cm du triangle rectangle et un côté du carré doivent être dans le prolongement l'un de l'autre.

Le 3e côté du triangle rectangle mesure environ 6,7 cm.

Nom : ______________________

Construis la figure B en suivant le programme de construction.

Figure B

- Construis un rectangle de 8 cm de longueur par 6 cm de largeur.
- Trace une des diagonales du rectangle.
- Cette diagonale sera un des côtés d'un carré.
- Construis les trois autres côtés du carré.

Le carré et le rectangle sont l'un par-dessus l'autre et le côté du carré mesure 10 cm.

Nom : ______________________

Construis la figure C en suivant le programme de construction.

Figure C

- Construis un carré de 7 cm de côté.
- Sur chaque côté du carré, marque 4 points à 2 cm de chaque sommet, en tournant toujours dans le même sens.
- Relie ces 4 points entre eux pour former un nouveau carré.

Le nouveau carré à l'intérieur du grand carré a des côtés qui mesurent environ 5,4 cm.

Nom : ______________________

Construis la figure D en suivant le programme de construction.

Figure D

- Construis un rectangle de 8 cm de longueur par 4 cm de largeur.
- Prolonge une largeur du rectangle d'une longueur de 4 cm.
- Repère le milieu d'une longueur du rectangle. Ce point milieu sera le 3^e sommet d'un triangle isocèle rectangle. Les deux côtés perpendiculaires du triangle isocèle rectangle mesurent 4 cm.

Le triangle isocèle rectangle est collé au rectangle et son 3^e côté mesure environ 5,7 cm.

Nom : ______________________

Construis la figure E en suivant le programme de construction.

Figure E

- Construis un carré de 6 cm de côté.
- Trace une des diagonales du carré.
- Cette diagonale sera un des côtés d'un nouveau carré.
- Construis les trois autres côtés du nouveau carré.

Le côté du 2^e carré mesure environ 8,5 cm.

Nom : ______________________

Construis la figure F en suivant le programme de construction.

Figure F

- Construis un rectangle de 10 cm de longueur par 6 cm de largeur.
- Repère et marque les points milieux des côtés du rectangle.
- Ces milieux seront les quatre sommets d'un losange.
- Relie les sommets entre eux pour former le losange.

Les côtés du losange mesurent environ 5,7 cm.

Annexe 5 : Activité préliminaire

Nom : ______________________

Géométrie

1. Voici des figures géométriques. Associe les figures à leur(s) nom(s).

Rectangle : ____

Carré : ____

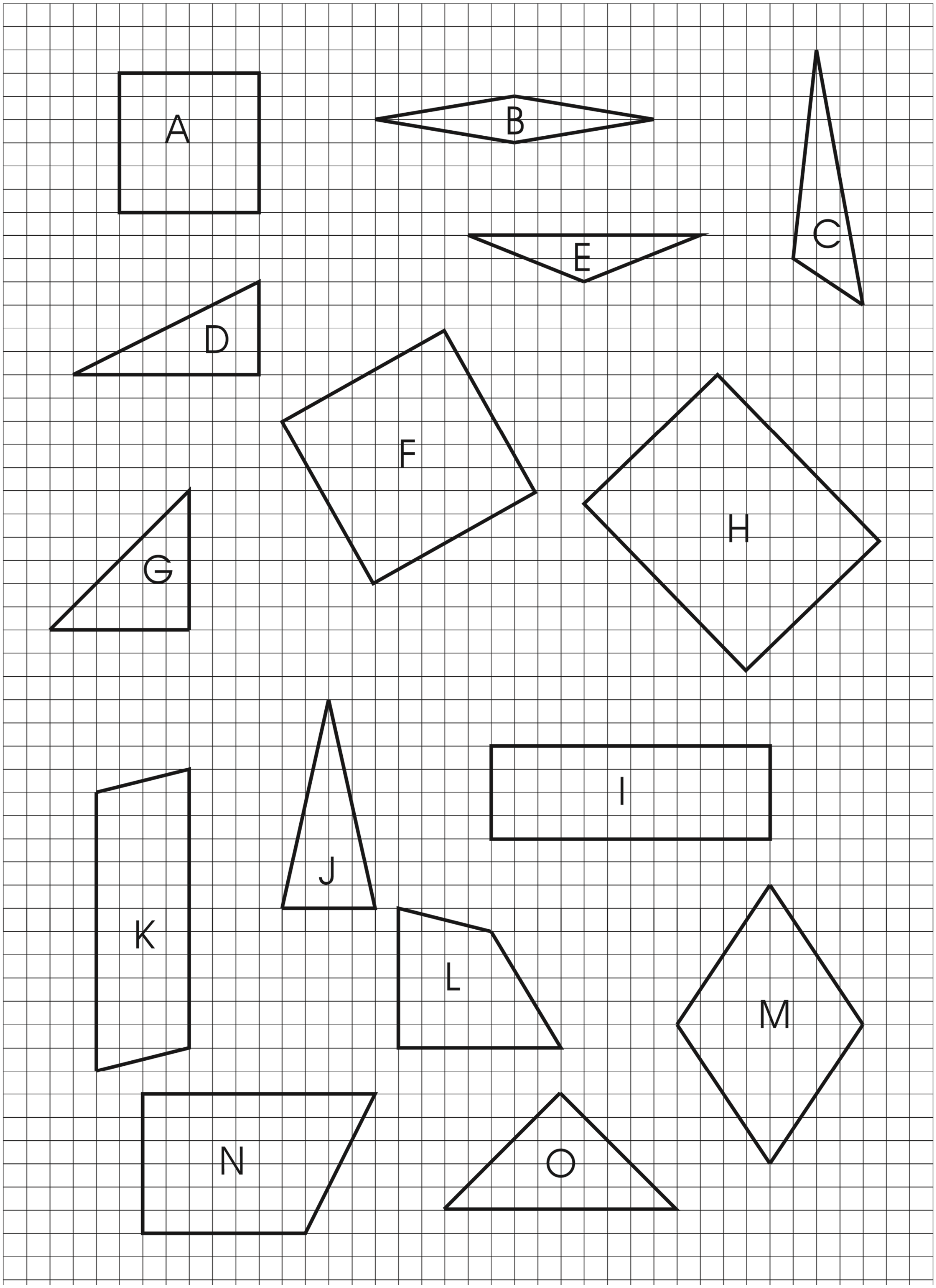
Losange : ____

Triangle : ____

Triangle isocèle : ____

Triangle rectangle : ______________________________________

Triangle isocèle rectangle : _______________________________


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M
N
O

2. Construis un rectangle de 8 cm de longueur par 5 cm de largeur.

3. Construis un carré de 4 cm de côté.

Annexe 6 : Certificat d'approbation éthique

Université de Montréal

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche

6 juillet 2017

Madame Sandrine Michot
Candidate à la maitrise
Didactique - Faculté des Sciences de l'éducation

OBJET: Approbation éthique

Mme Sandrine Michot,

Le *Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPER)* a étudié le projet de recherche intitulé « Le rôle de la description et de la reconnaissance de figures géométriques dans l'activité de reproduction de figures géométriques » et a délivré le certificat d'éthique demandé suite à la satisfaction des exigences précédemment émises.

Notez qu'il y apparaît une mention relative à un suivi annuel et que le certificat comporte une date de fin de validité. En effet, afin de répondre aux exigences éthiques en vigueur au Canada et à l'Université de Montréal, nous devons exercer un suivi annuel auprès des chercheurs et étudiants-chercheurs.

De manière à rendre ce processus le plus simple possible et afin d'en tirer pour tous le plus grand profit, nous avons élaboré un court questionnaire qui vous permettra à la fois de satisfaire aux exigences du suivi et de nous faire part de vos commentaires et de vos besoins en matière d'éthique en cours de recherche. Ce questionnaire de suivi devra être rempli annuellement jusqu'à la fin du projet et pourra nous être retourné par courriel. La validité de l'approbation éthique est conditionnelle à ce suivi. Sur réception du dernier rapport de suivi en fin de projet, votre dossier sera clos.

Il est entendu que cela ne modifie en rien l'obligation pour le chercheur, tel qu'indiqué sur le certificat d'éthique, de signaler au CPER tout incident grave dès qu'il survient ou de lui faire part de tout changement anticipé au protocole de recherche.

Nous vous prions d'agréer, Madame, l'expression de nos sentiments les meilleurs,

[redacted]

Jean Poupart, Président
Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPER)
Université de Montréal

JP/RS/rs
c.c. Gestion des certificats, BRDV
Annette Braconne-Michoux, professeure aggrégée, Didactique - Faculté des Sciences de l'éducation
Nicole Gaboury
p.j. Certificat CPER-17-059-D

adresse postale
3744 Jean-Brillant. B-430-8
C.P. 6128, succ. Centre-ville
Montréal QC H3C 3J7
www.cper.umontreal.ca

Téléphone : 514-343-6111 poste 1896
cper@umontreal.ca

Université de Montréal

Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche

Nº de certificat
CPER-17-059-D

CERTIFICAT D'APPROBATION ÉTHIQUE

Le Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche (CPER), selon les procédures en vigueur, en vertu des documents qui lui ont été fournis, a examiné le projet de recherche suivant et conclu qu'il respecte les règles d'éthique énoncées dans la Politique sur la recherche avec des êtres humains *de l'Université de Montréal.*

Projet	
Titre du projet	**Le rôle de la description et de la reconnaissance de figures géométriques dans l'activité de reproduction de figures géométriques**
Étudiante requérant	**Sandrine Michot** [redacted] Candidate à la maitrise, Didactique - Faculté des Sciences de l'éducation, Université de Montréal

Financement	
Organisme	Non financé
Programme	--
Titre de l'octroi si différent	--
Numéro d'octroi	--
Chercheur principal	--
No de compte	--

Approbation reconnue	
Approbation émise par	non
Certificat:	

MODALITÉS D'APPLICATION

Tout changement anticipé au protocole de recherche doit être communiqué au CPER qui en évaluera l'impact au chapitre de l'éthique.

Toute interruption prématurée du projet ou tout incident grave doit être immédiatement signalé au CPER.

Selon les règles universitaires en vigueur, un suivi annuel est minimalement exigé pour maintenir la validité de la présente approbation éthique, et ce, jusqu'à la fin du projet. Le questionnaire de suivi est disponible sur la page web du CPER.

[redacted]

Jean Poupart, Président
Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche
Université de Montréal

6 juillet 2017
Date de délivrance

1 août 2018
Date de fin de validité

Annexe 7 : Formulaire d'engagement de la CSDM

Commission scolaire de Montréal

Bureau des Services éducatifs

3700, rue Rachel Est, 1er étage Est
Montréal (Québec)
H1X 1Y6
Téléphone : (514) 596-4220

RECHERCHES SCIENTIFIQUES / 2017-2018

- **Intérêt pour prendre part à une expérimentation proposée** –

L'École ou le Centre [redacted] désire participer à la recherche ou aux recherches suivantes :

(Exemple : 21-A2017. Vous référer au tableau synthèse des demandes d'expérimentation acceptées – session hiver 2017).

#	Nom du chercheur	Titre
7-A-2017	Sandrine Michot	Le rôle de la description et de la reconnaissance de figures géométriques dans l'activité de reproduction de figures géométriques.

[redacted]

Signat[redacted]t scolaire

6 septembre 2017

Date

Veuillez remplir ce formulaire et le retourner à Catherine Coutu, analyste au Bureau des Services éducatifs (coutuc@csdm.qc.ca) et me le retourner le plus rapidement possible. Le chercheur ou les chercheurs devront communiquer avec vous pour la suite des choses.

Nous vous remercions de votre engagement au chapitre de la recherche en éducation.

Catherine Coutu, analyste - pour le *Comité de la recherche*
Bureau des Services éducatifs

Annexe 8 : Formulaire d'information et de consentement

Université de Montréal

FORMULAIRE D'INFORMATION ET DE CONSENTEMENT

« Les rôles de la reconnaissance et de la description dans l'activité de reproduction de figures géométriques »

Chercheuse étudiante :	Sandrine Michot, étudiante à la maîtrise, Département de didactique, Université de Montréal
Directeur de recherche :	Annette Braconne-Michoux, professeure agrégée, Département de didactique, Université de Montréal

Votre enfant est invité à participer à un projet de recherche. Avant d'accepter, veuillez prendre le temps de lire ce document présentant les conditions de participation au projet. N'hésitez pas à poser toutes les questions que vous jugerez utiles à la personne qui vous présente ce document.

A) RENSEIGNEMENTS AUX PARTICIPANTS

1. Objectifs de la recherche

Ce projet vise à trouver de meilleures conditions de travail pour élever le niveau de compétences des élèves en géométrie, en particulier, les amener à être plus habiles lorsqu'ils analysent et reproduisent des figures géométriques. Plusieurs recherches s'accordent à montrer que la verbalisation (description) des figures géométriques favorise les apprentissages des élèves dans le contexte de la reproduction de figures. Cependant, personne n'a encore précisé dans quelles conditions la description devrait avoir lieu, et quels apprentissages en découlent pour les élèves; ce qui est l'objet de cette recherche.

2. Participation à la recherche

Votre enfant aura à réaliser six activités d'apprentissage de géométrie en classe, sur une période de trois semaines consécutives, conformément au Programme de formation à l'école québécoise (PFÉQ). Chaque activité d'apprentissage est d'une durée de 50 minutes. Les élèves seront amenés à décrire et à reproduire des figures géométriques sur du papier blanc ou sur du papier quadrillé en utilisant leurs instruments de géométrie. Chaque semaine, la description de figure et la reproduction de figure seront demandés dans des ordres différents (2 figures géométriques seront travaillées pendant deux périodes de 50 minutes) pour éclairer le rôle de la description dans la réussite de la reproduction de la figure.

Une activité préliminaire, d'une durée de 50 minutes sera réalisée une semaine avant les activités d'apprentissage afin de s'assurer que votre enfant ait les connaissances préalables pour les réussir. Cette activité préliminaire préparera votre enfant aux six activités d'apprentissage.

Comme les activités d'apprentissage font part du cheminement scolaire, la participation au projet de recherche implique l'autorisation de récolter les traces écrites produites par votre enfant à la suite des activités de reproduction de figures.

Il est important de mentionner que votre enfant ne sera pas évalué sur ces activités dans le cadre de son cheminement scolaire.

3. Risques et inconvénients

Il n'y a pas de risque particulier à participer à ce projet.

4. Avantages et bénéfices

Par sa participation à ce projet, votre enfant pourrait acquérir une meilleure compréhension des figures géométriques. Par la diffusion des résultats de sa recherche, ces nouvelles connaissances pourraient profiter à l'ensemble des élèves de l'école et du Québec.

5. Confidentialité

Les renseignements personnels de votre enfant demeureront confidentiels. Aucune information permettant de l'identifier d'une façon ou d'une autre ne sera publiée. De plus, chaque participant à la recherche (enfant) se verra attribuer un code et seules la chercheuse et sa directrice de recherche pourront connaître son identité. Les données seront conservées dans un lieu sûr, fermé à clé en tout temps. Les traces écrites seront numérisées et seront détruites, ainsi que toute information personnelle, 7 ans après la fin du projet. Seules les données ne permettant pas d'identifier votre enfant seront conservées après cette période.

6. Compensation

Il n'y aura pas de compensation pour cette recherche.

7. Participation volontaire et droit de retrait

La participation de votre enfant à ce projet est entièrement volontaire et vous pouvez à tout moment retirer votre enfant de la recherche sur simple avis verbal et sans devoir justifier votre décision, sans conséquence pour vous ou pour votre enfant. Si vous décidez retirer votre enfant de la recherche, veuillez communiquer avec la chercheuse au numéro de téléphone indiqué ci-dessous.

À votre demande, tous les renseignements qui concernent votre enfant pourront aussi être détruits. Cependant, après le déclenchement du processus de publication, il sera impossible de détruire les analyses et les résultats portant sur vos données.

8. Suivi et diffusion des résultats

À la fin de la recherche, la chercheuse vous enverra une lettre de remerciements en vous informant des conclusions générales. La chercheuse pourra vous fournir les publications sur demande.

B) CONSENTEMENT

Déclaration du parent

- Je comprends que je peux prendre mon temps pour réfléchir avant de donner mon accord ou non pour que mon enfant participe à la recherche.
- Je peux poser des questions à l'équipe de recherche et exiger des réponses satisfaisantes.
- Je comprends qu'en participant à ce projet de recherche, mon enfant ne renonce à aucun de mes droits ni ne dégage les chercheurs de leurs responsabilités.
- J'ai pris connaissance du présent formulaire d'information et de consentement et j'accepte que mon enfant participe au projet de recherche.

Signature du parent : ______________________________ Date : ________________

Nom : ______________________________ Prénom : ______________________________

Nom de mon enfant : ____________________ Prénom de mon enfant : ________________

Signature de l'enfant : ______________________ Date : ____________________

Ce projet a été approuvé par le Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche de l'Université de Montréal.
Projet no CPER-17-059-D

Engagement de la chercheuse étudiante

J'ai expliqué au participant les conditions de participation au projet de recherche. J'ai répondu au meilleur de ma connaissance aux questions posées et je me suis assurée de la compréhension du participant. Je m'engage, avec l'équipe de recherche, à respecter ce qui a été convenu au présent formulaire d'information et de consentement.

Je m'engage à respecter tout refus de participer exprimé par le participant.

Signature de la chercheuse étudiante : ________________________________ Date : ____________________

Nom : ____________________________________ Prénom :____________________________

Pour toute question relative à l'étude, ou pour vous retirer de la recherche, veuillez communiquer avec Sandrine Michot au numéro de téléphone 514 596-3384 ou à l'adresse courriel sandrine.michot@umontreal.ca.

Pour toute préoccupation sur vos droits ou sur les responsabilités des chercheurs concernant votre participation à ce projet, vous pouvez contacter le Comité plurifacultaire d'éthique de la recherche par courriel à l'adresse CPER@umontreal.ca ou par téléphone au 514 343-6111 poste 1896 ou encore consulter le site Web http://recherche.umontreal.ca/participants.

Toute plainte relative à votre participation à cette recherche peut être adressée à l'ombudsman de l'Université de Montréal en appelant au numéro de téléphone 514 343-2100 ou en communiquant par courriel à l'adresse ombudsman@umontreal.ca **(l'ombudsman accepte les appels à frais virés).**

Je conserve une copie du présent formulaire.